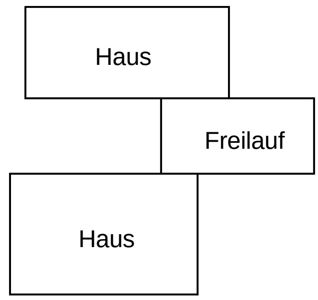
Übungen V 16

Aufgabe 1

Zwei Hausbesitzer wollen zwischen ihren Häusern einen gemeinsamen Freilauf für ihre Hunde abgrenzen.
Dazu stehen 30 Meter Zaun zur Verfügung.
Auf der einen Seite grenzt der Freilauf 4 m an das Haus auf der anderen 2 m, sodass dort kein Zaun nötig ist.

a) Berechnen Sie die Maße des Freilaufs, wenn die Fläche maximal werden soll.
b) Ermitteln Sie die Länge der zwei Stücke, in die der 30m lange Zaun zerschnitten werden muss.



Aufgabe 2

Der Betrieb, in dem der Zaun produziert wurde, weist für diesen Zaun folgende Kostenfunktion auf: $K(x) = x^3 - 12x^2 + 50x + 800$.
Der Erlös wird mit $E(x) = -55x^2 + 660x$ angegeben.

a) Ermitteln Sie den ökonomischen Definitionsbereich.
b) Berechnen Sie Gewinnschwelle und -grenze.
c) Zeigen Sie, dass der maximale Gewinn mit 5,9 ME gemacht wird.
d) Ein anderes Produkt hat die gleichen variablen Kosten jedoch 25% höhere Fixkosten. Der Preis berechnet sich nach der Funktion $p(x) = -21x + 483$.
Überprüfen Sie, ob sich dort für die gleiche Menge von 5,9 ME auch etwa der gleiche Gewinn ergibt.

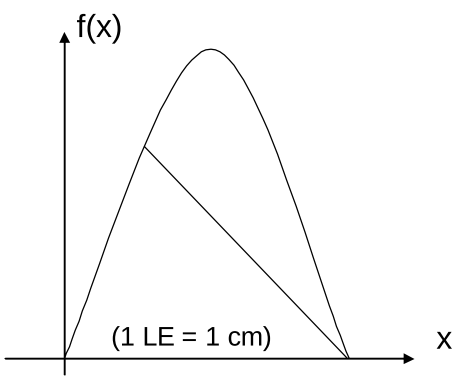
Aufgabe 3

Der Betrieb, in dem der Draht produziert wurde, weist für diesen Draht folgende Grenzkostenfunktion auf: $K'(x) = 6x^2 - 22x + 9$. Am Tag können 10 ME produziert werden. Dabei fallen Kosten in Höhe von 1206 GE an. Der Betrieb ist ein Monopolist und die Grenzerlösfunktion stellt sich mit $E'(x) = -34x + 387$ dar.

a) Formulieren Sie die Kostenfunktion. (zur Kontrolle: K_{fix} = 216 GE)
b) Berechnen Sie Gewinnschwelle und – grenze.
c) Bestimmen Sie den maximalen Gewinn.
d) Zeigen Sie, dass der Cournot'sche Punkt bei $C(7|268)$ liegt.

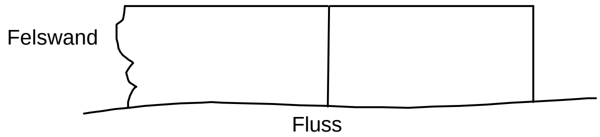
Aufgabe 4

Einer der Hausbesitzer arbeitet als Designer.
Die Verpackung eines Zuckerhutes soll zweifarbig gestaltet werden. Dabei entspricht die gerade Trennlinie in der Mitte der Funktion $g(x) = -4x + 24$ und der Zuckerhut selbst der Funktion $f(x) = -2x^2 + 12x$.
Ermitteln Sie die Größe der einzelnen Flächen.
(Die Skizze ist nicht maßstabsgetreu.)



Aufgabe 5

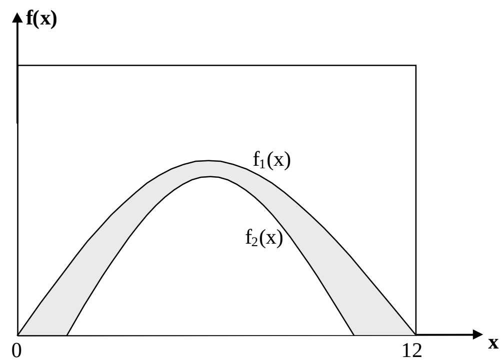
Auf einem Stück Brachland sollen zwei Zuckerrohrfelder für Versuchszwecke eingerichtet werden. Die unten stehende Skizze zeigt die örtlichen Gegebenheiten.



Beide Felder besitzen die gleiche Fläche, die als Rechteck angesehen werden kann. Für die Umzäunung der beiden Felder stehen insgesamt 275m Zaun zur Verfügung. Am Fluss sowie an der 25m langen Felswand ist kein Zaun nötig. Bestimmen Sie die Seitenlängen der Felder so, dass die Gesamtfläche maximal wird.

Aufgabe 6

Der andere Hausbesitzer arbeitet als Schuhmacher. Zur Verstärkung eines Schuhs wird aus einem Stück Leder ein Streifen herausgeschnitten, dessen Ränder durch $f_1(x)$ und $f_2(x)$ beschrieben werden. Berechnen Sie die Fläche des Streifens. (1 LE = 1 cm)

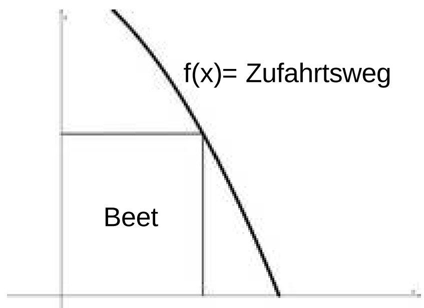


$f_1(x) = -0{,}3x^2 + 3{,}6x$

$f_2(x) = -0{,}6x^2 + 7{,}2x - 12$

Aufgabe 7

Der Zufahrtsweg zur Werkstatt verläuft stückweise parabelförmig. $f(x) = -0{,}25x^2 - 0{,}5x + 6$
In diesem Stück wird ein rechteckiges Beet angelegt, das eine maximale Fläche aufweisen soll. (1 LE = 2 m)
Die Achsen sind die Begrenzung des Beetes.



a) Berechnen Sie die Maße des Beetes.
b) Ermitteln Sie die restliche Fläche, die mit Rasen angesät werden soll.

Aufgabe 8

Am Zufahrtsweg verläuft tangential ein Fußweg (gestrichelt dargestellt).
Ermitteln Sie die Entfernung von Fußweg und Zufahrtsweg am unteren Ende der Skizze (x-Achse), wenn der Fußweg an der Stelle 1 tangential an der Funktion $f(x) = -0{,}25x^2 - 0{,}5x + 6$ anliegt.