Lösungen tegut H 17

1. Aufgabe
Gesucht: maximaler Flächeninhalt des rechteckigen Spielplatzes
Gesamter Umfang: 98 m Zaun + 2 m Tor = 100 m

1. $A = a \cdot b$ Hauptbedingung

2. $100 = 2a + 2b$ Nebenbedingung

$a = 50 - b$ Nebenbedingung umstellen

3. $A(b) = (50 - b) \cdot b$

$A(b) = -b^2 + 50b$ Zielfunktion

4. $A'(b) = -2b + 50$

$A''(b) = -2$

$A'(b) = 0$

$0 = -2b + 50$

$b = 25$

$A'(b) = 0 \wedge A''(b) \neq 0$

$A''(25) = -2 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

$A(25) = 625$

5. $a = 50 - 25$

$a = 25$

Der Spielplatz hat eine Länge und Breite von 25 m (quadratisch) und eine Fläche von 625 m².

2. Aufgabe
Rechteckiges Ackerland mit 6 km Umfang.

1. HB $A = a \cdot b$

2. NB $6 = 2a + 2b$

$6 - 2a = 2b$

$b = 3 - a$

3. $A(a) = a \cdot (3 - a)$

$A(a) = -a^2 + 3a$ **Zielfunktion**

4. $A'(a) = -2a + 3$

$A''(a) = -2$

$A'(a) = 0$

$0 = -2a + 3$

$a = 1{,}5$

$A'(a) = 0 \wedge A''(a) \neq 0$

$A''(1{,}5) = -2 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

$A(1{,}5) = 2{,}25$

5. $b = 3 - 1{,}5$

$b = 1{,}5$

Das Ackerland ist 1,5 km breit und 1,5 km lang und die maximale Fläche beträgt 2,25 km².

3. Aufgabe

1. HB $d = p(x) - k(x)$ d = Differenz; Funktionswerte = y-Werte

2. NB

$$p(x) = \frac{1}{10}x^2 - \frac{2}{5}x + 3$$

$$k(x) = -\frac{1}{10}x^2 + \frac{1}{6}x + 1$$

3. $d(x) = \frac{1}{10}x^2 - \frac{2}{5}x + 3 - \left(-\frac{1}{10}x^2 + \frac{1}{6}x + 1\right)$

$d(x) = \frac{1}{5}x^2 - \frac{17}{30}x + 2$ **Zielfunktion**

4.

$$d'(x) = \frac{2}{5}x - \frac{17}{30}$$

$$d''(x) = \frac{2}{5}$$

$d'(x) = 0$

$0 = \frac{2}{5}x - \frac{17}{30}$

$x = \frac{17}{12}$ oder $x \approx 1{,}42$

$d'(x) = 0 \wedge d''(x) \neq 0$

$d''(1{,}42) = 0{,}4 > 0 \Rightarrow$ Min.

$d(1{,}42) \approx 1{,}60$

Der geringste Abstand zwischen den beiden Funktionen beträgt 1,60 LE.

4. Aufgabe

1. HB $u = 2x + 2y$

2. NB $f(x) = -0{,}25x^2 + 4$ also $y = -0{,}25x^2 + 4$

3. $u(x) = 2x + 2 \cdot (-0{,}25x^2 + 4)$

$u(x) = -0{,}5x^2 + 2x + 8$ **Zielfunktion**

4.

$$u'(x) = -x + 2$$

$$u''(x) = -1$$

$u'(x) = 0$

$0 = -x + 2$

$x = 2$

$u'(x) = 0 \wedge u''(x) \neq 0$

$u''(2) = -1 < 0 \Rightarrow$ Max.

$u(2) = 10$

5. $f(2) = 3$

Der Container ist 2 m lang, 3 m breit und hat einen Umfang von 10 m.