Lösungen tegut G 17

1. Aufgabe

a) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

Angaben	Mathematisierung	Gleichungen
$S_y(0\|6)$	$f(0) = 6$	I $\quad d = 6$
$x = 0;\ m = 0$	$f'(0) = 0$	II $\quad c = 0$
$T(2\|2)$	$f(2) = 2$	III $\quad 8a + 4b + 2c + d = 2$
$x = 2;\ m = 0$	$f'(2) = 0$	IV $\quad 12a + 4b + c = 0$

c und d einsetzen in III und IV

III $\quad 8a + 4b + 6 = 2 \quad$ => III $\quad 8a + 4b = -4$

IV $\quad 12a + 4b = 0$

Einsetzen der Koeffizienten in TR ergibt: $a = 1$ und $b = -3$

$\Rightarrow f(x) = x^3 - 3x^2 + 6$

b_1)

$f(0) = 6$

Zu Beginn sind es 600 gesunde Bäume.

b_2)

geringster Bestand => Tiefpunkt

$f'(x) = 0 \qquad f'(x) = 3x^2 - 6x$

$0 = 3x^2 - 6x$

TR: $x_1 = 0$ und $x_2 = 2$

$f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0 \qquad f''(x) = 6x - 6$

$f''(0) = -6 < 0 \Rightarrow$ Max.

$f''(2) = 6 > 0 \Rightarrow$ Min.

Nach 2 Jahren ist der Bestand an gesunden Bäumen am geringsten.

b_3)

stärkste Abnahme an der Wendestelle ; Abnahme = Steigung an dieser Stelle

$f''(x) = 0$

$0 = 6x - 6 \,|+6\,|:6$

$x = 1$

$f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0 \qquad f'''(x) = 6$

$f'''(1) = 6 > 0 \Rightarrow R - L - K$

Nach einem Jahr ist die Abnahme am stärksten.

$f'(1) = -3$

Die Abnahme beträgt zu diesem Zeitpunkt 300 Bäume pro Jahr.

b_4)

Zu Beginn sind es 600 Bäume, also $f(x) = 6$.

$6 = x^3 - 3x^2 + 6 \,|-6$

$0 = x^3 - 3x^2$

$x_{1/2} = 0$ und $x_3 = 3$

Nach 3 Jahren sind es wieder 600 gesunde Bäume.

c_1)

1. HB $A = x \cdot y$

2. NB $280 = 2x + 2y$

$y = 140 - x$

3. $A(x) = x \cdot (140 - x)$

$A(x) = -x^2 + 140x$ **Zielfunktion**

4. $A'(x) = -2x + 140$

$A''(x) = -2$

$A'(x) = 0$

$0 = -2x + 140$

$x = 70$

$A'(x) = 0 \wedge A''(x) \neq 0$

$A''(70) = -2 < 0 \Rightarrow$ Max.

$A(70) = 4900$

5. $y = 140 - 70$

$y = 70$

Die maximale Fläche beträgt 4900 m². Die Seiten sind jeweils 70 m lang.

c_2)

$4900 - 100 = 4800$

$4800 : 600 = 8$

Pro Baum stehen 8 m² zur Verfügung.