

## Lösungen zu ökonomische Aufgaben 4

### 1. Aufgabe

a) Höchstpreis HP aus Preis-Absatz-Funktion ablesen (Konstante); HP = 8,4 GE  
für die Berechnung der Sättigungsmenge  $p(x) = 0$  setzen

$$0 = -0,3x + 8,4 \quad | +0,3x$$

$$0,3x = 8,4 \quad | : 0,3$$

$$x = 28$$

$$SM = 28ME$$

b) Erlösfunktion

$$E(x) = p(x) \cdot x$$

$$E(x) = -0,3x^2 + 8,4x$$

deshalb

Erlösmaximum wird mit  $\frac{SM}{2}$  berechnet, also  $\frac{28}{2} = 14$ ,

$$E(14) = -0,3 \cdot 14^2 + 8,4 \cdot 14$$

$$E_{\max} = 58,8GE$$

c) Gewinnfunktion

$$G(x) = E(x) - K(x)$$

$$G(x) = -0,3x^2 + 8,4x - (3x + 19,5)$$

$$G(x) = -0,3x^2 + 8,4x - 3x - 19,5$$

$$G(x) = -0,3x^2 + 5,4x - 19,5$$

Klammer auflösen und zusammenfassen

d) Gewinnschwelle (GS) und Gewinngrenze (GG) sowie Gewinnzone

$$G(x) = 0 \quad | : (-0,3)$$

$$0 = -0,3x^2 + 5,4x - 19,5 \quad p - q - \text{Formel}$$

$$0 = x^2 - 18x + 65$$

$$x_{1/2} = +9 \pm \sqrt{81 - 65}$$

$$x_1 = 13ME \quad GG$$

$$x_2 = 5ME \quad GS \quad \text{Gewinnzone} = x_1 - x_2 = 8ME$$

e) Gewinnmaximum

$$x_{G_{\max}} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{13 + 5}{2} = 9ME$$

$$G(9) = -0,3 \cdot 9^2 + 5,4 \cdot 9 - 19,5$$

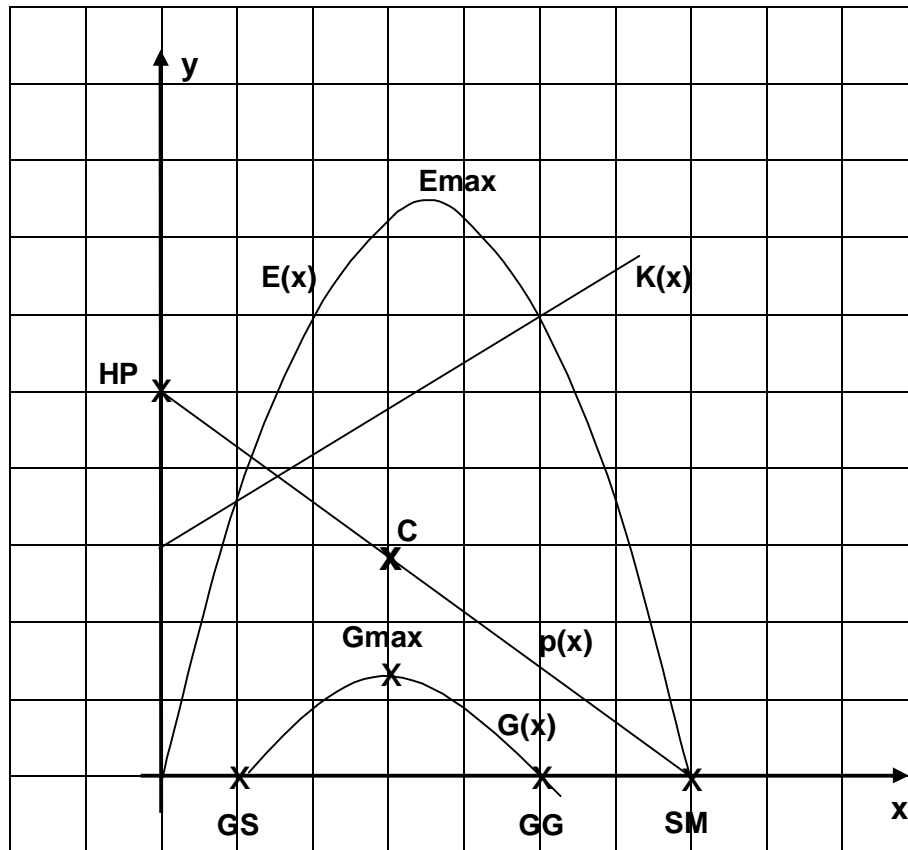
$$G_{\max} = 4,8GE$$

f) Cournot'scher Punkt (einsetzen von  $x_{G_{\max}}$  in die Preis-Absatz-Funktion)

$$p(9) = -0,3 \cdot 9 + 8,4 = 5,7GE$$

Das ergibt den Punkt C (9 | 5,7).

## 2. Aufgabe



## 3. Aufgabe

a)

$$p(10) = -0,4 \cdot 10 + 9,6$$

$$p(10) = 5,6 \text{ GE}$$

Für 10 ME liegt der Preis bei 5,6 GE.

b)

$$p(x) = 4 \text{ GE}$$

$$4 = -0,4x + 9,6$$

$$-5,6 = -0,4x$$

$$x = 14 \text{ ME}$$

Mit 14 ME hat man einen Preis von 4 GE.

c)

$$p(x) = 0$$

$$\Rightarrow \text{SM} = 24 \text{ ME}$$

$$E(x) = -0,4x^2 + 9,6x$$

$$E(12) = 57,6 \text{ GE}$$

Der maximale Erlös liegt bei 57,6 GE.

#### 4. Aufgabe

a) Hier muss der Gewinn für 12 ME und der Gewinn für 10 ME berechnet werden.

$$G(13) = -2 \cdot 13^2 + 48 \cdot 13 - 280 = 6 \text{ GE}$$

$$G(9) = -2 \cdot 9^2 + 48 \cdot 9 - 280 = -10 \text{ GE}$$

Mitteilung an den Chef: Bisher wurde ein Gewinn von 6 GE erzielt, nun macht er einen Verlust von 10 GE.

b)

Nun sollte der maximale Gewinn berechnet werden. (mit GS und GG)

$$G(x) = 0$$

$$0 = -2x^2 + 48x - 280$$

$$0 = x^2 - 24x + 140$$

$$x_{1/2} = +12 \pm \sqrt{144 - 140}$$

$$x_1 = 14 \text{ ME GG}$$

$$x_2 = 10 \text{ ME GS}$$

$$x_{G_{\max}} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{14 + 10}{2} = 12 \text{ ME}$$

$$G(12) = -2 \cdot 12^2 + 48 \cdot 12 - 280$$

$$G_{\max} = 8 \text{ GE}$$

Der Azubi sollte dem Chef mitteilen, dass bisher mit 13 ME zu viel produziert wurde, weil 12 ME das Gewinnmaximum von 8 GE erbringen.

c) Die Kündigung des Mitarbeiters führt den Betrieb in den Verlust. Deshalb sollte wieder ein neuer Mitarbeiter eingestellt werden.

#### 5. Aufgabe

a)

$$E(x) = -3(x - 6)^2 + 108$$

$$E(x) = -3(x^2 - 12x + 36) + 108$$

$$E(x) = -3x^2 + 36x - 108 + 108$$

$$E(x) = -3x^2 + 36x$$

$$p(x) = -3x + 36$$

$$p(x) = 0$$

$$x = 12$$

$$\frac{SM}{2} = 6 \text{ ME}$$

$$E(6) = 108$$

$$E_{\max} = 108 \text{ GE}$$

Dieser Wert ist aus der gegebenen Scheitelpunktform als  $y_s$  ablesbar.

b)

$D_{\text{ök}} = [0; 12]$  Berechnung in a)

c)

$p(3) = 27 \text{ GE}$

d)

$$E(3) = 81 \text{ GE und } G(3) = 32 \text{ GE; } K = E - G \Rightarrow K(3) = 91 - 32 = 49 \text{ GE}$$

e)

Kosten bestehen aus fixen und variablen Kosten. Die fixen Kosten sind mit 34 GE bekannt. Außerdem sind aus Aufgabe d) die Kosten für 3 ME bekannt. Daraus ergibt sich folgende Rechnung:

$$K(x) = ax + K_{\text{fix}} \quad \Rightarrow \quad K(x) = ax + 34 \text{ und } K(3) = 49\text{GE}$$

$$K_{\text{fix}} = 34\text{GE} \quad 49 = a \cdot 3 + 34 \quad \Rightarrow \quad a = 5 \quad \Rightarrow \quad K(x) = 5x + 34$$

## 6. Aufgabe

a)

Die fixen Kosten werden vom Gewinn abgezogen.

$$G(x) = -2x^2 + 40x - \dots \quad K(x) = 4x + \underline{102}$$

$$\Rightarrow G(x) = -2x^2 + 40x - 102$$

b)

$$G(x) = E(x) - K(x) \mid + K(x)$$

$$G(x) + K(x) = E(x)$$

$$E(x) = -2x^2 + 40x - 102 + 4x + 102$$

$$E(x) = -2x^2 + 44x$$

$$p(x) = -2x + 44$$

$$\Rightarrow p(x) = 0$$

$$x = 22\text{ME}$$

$$\frac{SM}{2} = 11\text{ME} \quad E(11) = 242\text{GE} \quad \text{Der maximale Erlös beträgt 242 GE.}$$

c)

$$G(x) = 90$$

$$90 = -2x^2 + 40x - 102 \mid - 90$$

$$0 = -2x^2 + 40x - 192 \mid : (-2)$$

$$0 = x^2 - 20x + 96$$

Bei 8 ME und 12 ME erzielt man einen Gewinn von 90 GE.

$$x_{1/2} = 10 \pm \sqrt{100 - 96}$$

$$x_1 = 12$$

$$x_2 = 8$$

d)

$$G(2) = -30$$

Eine Produktion von 2 ME ist nicht sinnvoll, da man einen Verlust von 30 GE machen würde.

e)

$$G(x) = 0$$

$$0 = -2x^2 + 40x - 102 \mid : (-2)$$

$$0 = x^2 - 20x + 51$$

$$x_{1/2} = 10 \pm \sqrt{100 - 51}$$

$$x_1 = 17$$

$$x_2 = 3$$

$$x_{G\text{max}} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{17 + 3}{2} = 10\text{ME}$$

$$p(10) = 24\text{GE}$$

$$C(10|24)$$