Lösungen zu AB (k)

1.) Extremwertaufgabe

HB: $A = 2x \cdot y$

NB: $u = 275\,m$ Zaun

$u = 2x + 2y + y - 25$ (Felswand)

$275 = 2x + 3y - 25 \quad | +25$

$300 = 2x + 3y \quad | -3y$

$\underline{300 - 3y = 2x}$

einsetzen in HB:

$A(y) = (300 - 3y) \cdot y$

$A(y) = 300y - 3y^2$ Zielfunktion

$D = [0; 100]$

$A'(y) = 300 - 6y$

$A''(y) = -6 < 0 \Rightarrow$ Max

$A'(y) = 0$

$0 = 300 - 6y \quad | +6y$

$6y = 300 \quad | :6$

$\underline{y = 50\,m}$

einsetzen in NB

$2x = 300 - 3 \cdot 50$

$2x = 150 \quad | :2$

$\underline{x = 75\,m}$

einsetzen in HB

$A = 2 \cdot 75 \cdot 50 = 7500\,m^2$

Randextrema

$A(0) = 0 < 7500$

$A(100) = 0 < 7500$

Die Felder sind 75 m lang und 50 m breit.

2) ökonomische Aufgabe

a) $E(x)$ aus $p(x)$ bilden

Preis pro Tonne = 200 € also konstant!

$p(x) = 200$

$E(x) = 200x$

Da der Ertrag bei 6t liegt, ist hier auch der E_{max} zu berechnen.

$E(6) = 200 \cdot 6$

$E_{max} = 1200$ €

b) Gewinnschwelle gesucht

$G(x) = E(x) - K(x)$

$= 200x - (0{,}1x^3 - 1{,}5x^2 + 198{,}2x + 3{,}2)$

$G(x) = -0{,}1x^3 + 1{,}5x^2 + 1{,}8x - 3{,}2$

$G(x) = 0$

$0 = -0{,}1x^3 + 1{,}5x^2 + 1{,}8x - 3{,}2 \quad | : (-0{,}1)$

$0 = x^3 - 15x^2 - 18x + 32$

Polynomdivision mit $x_1 = 1$

$$
\begin{array}{l}
(x^3 - 15x^2 - 18x + 32) : (x - 1) = x^2 - 14x - 32 \\
\underline{-(x^3 - 1x^2)} \\
\quad -14x^2 - 18x \\
\quad \underline{-(-14x^2 + 14x)} \\
\qquad\quad -32x + 32 \\
\qquad\quad \underline{-(-32x + 32)} \\
\qquad\qquad\quad 0
\end{array}
$$

$x^2 - 14x - 32 = 0$

$x_{2/3} = +7 \pm \sqrt{49 + 32}$

$x_2 = 16$

$[x_3 = -2]$

somit liegt die Gewinnschwelle bei 1t.

c) G_{max} gesucht

$G'(x) = 0 \quad G''(x) \neq 0$

$G'(x) = -0{,}3x^2 + 3x + 1{,}8$

$0 = -0{,}3x^2 + 3x + 1{,}8 \quad | : (-0{,}3)$

$0 = x^2 - 10x - 6$

$x_{1/2} = +5 \pm \sqrt{25 + 6}$

$x_1 = 10{,}6$

$[x_2 = -0{,}6]$

2.) c) Fortsetzung

Da der Ertrag nur bei 6t liegt, das x_{Gmax} aber 10,6 t fordert, muss der höchstmögliche Gewinn mit 6t berechnet werden. $\Rightarrow$

$G(6) = 40$ €

3.) Exponentialaufgabe

a) $c = 1$ da eine Pflanze angespült wird

$x = 7 \quad f(7) = 10$ alles einsetzen in

$f(x) = c \cdot a^x$

$10 = 1 \cdot a^7 \quad | \sqrt[7]{\ }$

$1{,}389 = a$

$f(x) = 1 \cdot 1{,}389^x$

b) $f(16) = 1 \cdot 1{,}389^{16} = 191{,}371$

$\Rightarrow$ 192 Pflanzen sind nach 16 Wochen vorhanden.

c) $1m^2 = 20$ Pflanzen

$2 \cdot 3750 m^2 = 7500 m^2$ (2 Felder)

$20 \cdot 7500 = 150.000$ Pflanzen auf beiden Feldern

$150.000 = 1 \cdot 1{,}389^x \quad | \log$

$\log 150.000 = x \cdot \log 1{,}389 \quad | : \log 1{,}389$

$\frac{\log 150.000}{\log 1{,}389} = x$

$36{,}272 = x$

Nach mehr als 36,272 Wochen ist alles überwuchert.

d) Ende März + 36 Wochen = Winter!

Da kann die Pflanze nicht wachsen!

4.) Exponentialaufgabe

a) $f(x) = c \cdot a^x$

$c = 200$

$x = 10$

85% der Pflanzen heißt 170 Pflanzen vernichtet, also 30 Pflanzen übrig

$30 = 200 \cdot a^{10} \quad | : 200$

$\frac{3}{20} = a^{10} \quad | \sqrt[10]{\ }$

$0{,}827 = a$

$f(x) = 200 \cdot 0{,}827^x \quad \Rightarrow (1 - 0{,}827) \cdot 100 = 17{,}3\%$

Die täglich vernichtete Menge beträgt 17,3 %.

b)

$1 = 200 \cdot 0{,}827^x \quad | : 200$

$\frac{1}{200} = 0{,}827^x \quad | \, Log$

$\log \frac{1}{200} = x \cdot \log 0{,}827 \quad | : \log 0{,}827$

$\frac{\log \frac{1}{200}}{\log 0{,}827} = x$

$27{,}893 = x$

Nach mehr als 28 Tagen sind alle Pflanzen vernichtet.