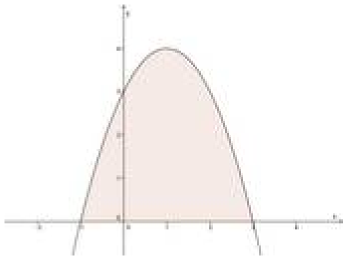
Lösungen X 16

<u>Aufgabe 1</u>

a)

$f(x)=0$	$f'(x)=0$	$S_y(0\|3)$
$x_1=3$ und $x_2=-1$	$x=1$	
$f'(x)=-2x+2$	$f'(x)=0 \wedge f''(x)\neq 0$	
$f''(x)=-2$	$f''(1)=-2<0 \Rightarrow H$	



b)

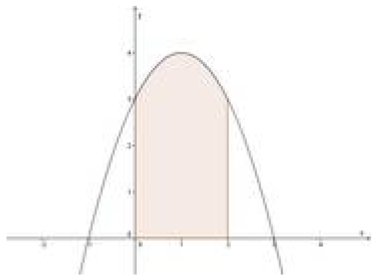
$$A=\int_{-1}^{3}(-x^2+2x+3)dx=\left[-\frac{1}{3}x^3+x^2+3x\right]_{-1}^{3}=[9]-\left[-\frac{5}{3}\right]=\frac{32}{3}FE\approx 10{,}7FE$$

c)

Die obere Grenze ist unbekannt. Dennoch setzt man wie gewohnt das Integral an und leitet auf. Mit dem Einsetzen der Grenzen und des Flächeninhalts erhält man eine Gleichung mit der Variablen b, die man lösen kann.

$$A=\int_{0}^{b}(-x^2+2x+3)dx$$

Skizze nur zur Verdeutlichung



$$A=\left[-\frac{1}{3}x^3+x^2+3x\right]_{0}^{b}$$

$$\frac{22}{3}=\left[-\frac{1}{3}b^3+b^2+3b\right]-[0]\Big|-\frac{22}{3}$$

$$0=-\frac{1}{3}b^3+b^2+3b-\frac{22}{3}\Big|:\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$0=b^3-3b^2-9b+22$ Polynomdivision mit $b_1=2$ ergibt

$0=b^2-b-11$ p-q-Formel liefert $b_2=3{,}9\notin D$ und $b_3=-2{,}9\notin D$

Die Lösungen von b_2 und b_3 liegen außerhalb der in Aufgabe a) berechneten Grenzen (außerhalb der Fläche).

Deshalb ist $b_1=2$ die richtige Lösung.

d)

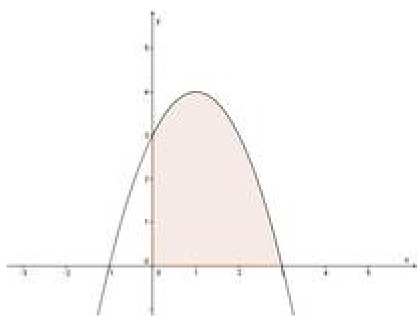
Die untere Grenze ist unbekannt. Man verfährt wie in Aufgabe b).

$$A=\int_{a}^{3}(-x^2+2x+3)dx$$

Skizze nur zur Verdeutlichung

$$A=\left[-\frac{1}{3}x^3+x^2+3x\right]_{a}^{3}$$

$$9=[9]-\left[-\frac{1}{3}a^3+a^2+3a\right]$$ (Klammern auflösen)



$$9=9+\frac{1}{3}a^3-a^2-3a\Big|-9$$

$$0=\frac{1}{3}a^3-a^2-3a\Big|:\frac{1}{3}$$

$$0=a^3-3a^2-9a$$

$0 = a(a^2 - 3a - 9)$ Ausklammern mit $a_1 = 0$ ergibt

$0 = a^2 - 3a - 9$ p-q-Formel liefert $a_2 = 4{,}9 \notin D$ und $a_3 = -1{,}9 \notin D$

Die Lösungen von a_2 und a_3 liegen außerhalb der in Aufgabe a) berechneten Grenzen (außerhalb der Fläche).
Deshalb ist $a_1 = 0$ die richtige Lösung.

<u>Aufgabe 2</u>
<u>2.1</u>

$$A = \int_2^b (4x^3 - 6x)dx$$

$$A = \left[x^4 - 3x^2\right]_2^b$$

$$50 = \left[b^4 - 3b^2\right] - [4] \Big| -50$$

$0 = b^4 - 3b^2 - 54$ Substitution mit $b^2 = z$

$0 = z^2 - 3z - 54$ p-q-Formel liefert $z_1 = 9$ und $z_2 = -6$

Resubstitution mit $z = b^2$

$b^2 = 9 \big| \sqrt{\ }$ $\Rightarrow b_1 = 3$ und $b_2 = -3 \notin D$

$b^2 = -6 \big| \sqrt{\ }$ nicht lösbar

Da b>2 sein soll, kommt nur die Lösung $b_1 = 3$ in Frage.

<u>2.2</u>
a)

$$A = \int_0^3 (x+1)dx \qquad A = \left[\frac{15}{2}\right] - [0]$$

$$A = \left[\frac{1}{2}x^2 + x\right]_0^3 \qquad A = 7{,}5FE$$

b)

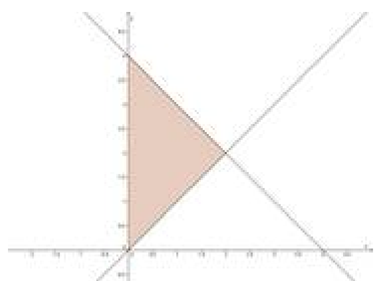
$$A_{neu} = \frac{1}{3} \cdot A = \frac{1}{3} \cdot 7{,}5 = 2{,}5FE$$

$A_{neu} = \int_0^b (x+1)dx$ $2{,}5 = \left[0{,}5b^2 + b\right] - [0]$ pq-Formel ergibt

$A_{neu} = \left[\frac{1}{2}x^2 + x\right]_0^b$ $0 = 0{,}5b^2 + b - 2{,}5$ $\underline{\underline{b_1 = 1{,}4}}$ und $b_2 = -3{,}4 \notin D$

<u>Aufgabe 3</u>
a)

Skizze nur zur Verdeutlichung



$g_1(x) = g_2(x)$ $A = \int_0^2 (-2x+4)dx$

$0 = -2x + 4$ $A = \left[-x^2 + 4x\right]_0^2$

$x = 2$ $A = [4] - [0] = 4FE$

b)

$A=\int_0^b(-2x+4)dx$ $\qquad$ $0=-b^2+4b-3\,|:(-1)$ und pq-Formel

$A=\left[-x^2+4x\right]_0^b$ $\qquad$ $\underline{\underline{b_1=1}}$ und $b_2=3\notin D$

$3=\left[-b^2+4b\right]-[0]$

c)

$h(x)=g_1(x)$ $\qquad$ $[0;2]$

$0=-1{,}5x+n$ $\qquad$ $A=3FE$ $\qquad$ $n=3$

$A=\int_0^2(-1{,}5x+n)dx$ $\qquad$ $3=[-3+2n]-[0]$ $\qquad$ $h(x)=-0{,}5x+3$

$A=\left[-\frac{3}{4}x^2+nx\right]_0^2$ $\qquad$ $6=2n$

Aufgabe 4

In der Funktion sind die einzelnen Koeffizienten unbekannt. Es soll die Fläche zwischen Graph und x-Achse bestimmt werden, also benötig man die Nullstellen.

$f(x)=0$

$0=ax^2+2ax-8a\,|:a$ $\qquad$ Da a < 0 sein soll, darf man durch a dividieren.

$0=x^2+2x-8$ $\qquad$ p-q-Formel liefert $x_1=2$ und $x_2=-4$

Der Flächeninhalt ist angegeben, also leitet man auf und setzt die FE ein.

$$A=\int_{-4}^{2}(ax^2+2ax-8a)dx$$

$$A=\left[\frac{1}{3}ax^3+ax^2-8ax\right]_{-4}^{2}$$

$$18=\left[\frac{8}{3}a+4a-16a\right]-\left[-\frac{64}{3}a+16a+32a\right]$$

$$18=\left[-\frac{28}{3}a\right]-\left[\frac{80}{3}a\right]$$

$$18=-36a\,|:(-36)$$

$$a=-0{,}5$$

Die Variable a wird in der Funktionsgleichung ersetzt.

$f(x)=-0{,}5x^2-x+4$

Aufgabe 5

Hier soll mithilfe der Integralrechnung eine Funktionsgleichung erstellt (rekonstruiert) werden. $f(x)=ax^2+bx+c$

$A=\int_{-1}^{3}(ax^2+bx+c)dx$ $\qquad$ $32=[9a+4{,}5b+3c]-\left[-\frac{1}{3}a+0{,}5b-c\right]$

$A=\left[\frac{1}{3}ax^3+\frac{1}{2}bx^2+cx\right]_{-1}^{3}$ $\qquad$ $32=\frac{28}{3}a+4b+4c$

Angaben	Mathematisierung	Gleichungen
$(-1\|0)$	$f(-1)=0$	I $0=a-b+c$
$(3\|0)$	$f(3)=0$	II $0=9a+3b+c$

Dritte Gleichung durch Integralrechnung III $32=\frac{28}{3}a+4b+4c$

Mit Additionsverfahren erhält man $a=-3$ und $b=6$ und $c=9$.

$f(x)=-3x^2+6x+9$