

Lösungen V 13

1. Aufgabe

$$f(x) = x^2 + 3$$

$$(f(x))^2 = (x^2 + 3)^2$$

$$(f(x)) = x^4 + 6x^2 + 9$$

$$V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2 dx$$

$$a = 1 \text{ und } b = 3$$

$$V = \pi \cdot \int_1^3 (x^4 + 6x^2 + 9) dx$$

$$V = \pi \cdot \left[\frac{1}{5} x^5 + 2x^3 + 9x \right]_1^3$$

$$V = \pi \cdot ([129,6] - [11,2])$$

$$V = 118,4 \text{ VE}$$

2. Aufgabe

a) $f(x) = 0,5x$

$$(f(x))^2 = 0,25x^2$$

$$V = \pi \cdot \int_5^{20} \left(\frac{1}{4} x^2\right) dx$$

$$V = \pi \cdot \left[\frac{1}{12} x^3 \right]_5^{20}$$

$$V = \pi \cdot ([666,7] - [10,4])$$

$$V = 2061,8 \text{ VE}$$

b) $V_{\text{Zyl.}} = \pi \cdot r^2 \cdot h$

$$h = 20 - 5 = 15$$

$$r = f(20) = 10$$

$$V_{\text{Zyl.}} = \pi \cdot 10^2 \cdot 15$$

$$V_{\text{Zyl.}} = 4712,4 \text{ VE}$$

$$V_{\text{Abfall}} = V_{\text{Zyl.}} - V_{\text{Schale}}$$

$$V_{\text{Abfall}} = 4712,4 - 2061,8 = 2650,6 \text{ VE}$$

3. Aufgabe

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$A = \int_a^b f(x) dx$$

$$f(x) = a(x - 3)(x + 1)$$

$$A = \int_{-1}^3 a(x^2 - 2x - 3) dx$$

$$f(x) = a(x^2 - 2x - 3)$$

$$32 = a \left[\frac{1}{3} x^3 - x^2 - 3x \right]_{-1}^3$$

$$a = -1 \text{ und } b = 3$$

$$32 = a \left([-9] - \left[\frac{5}{3} \right] \right)$$

$$A = 32 \text{ FE}$$

$$32 = -\frac{32}{3} a \left| \left(-\frac{32}{3} \right) \right.$$

$$a = -3$$

Einsetzen in die Gleichung $f(x) = a(x^2 - 2x - 3)$ ergibt $f(x) = -3(x^2 - 2x - 3)$

$$\Rightarrow f(x) = -3x^2 + 6x + 9$$

4. Aufgabe

$$f(x) = ax^2 + 2ax - 8a$$

$$A = \int_{-4}^2 a(x^2 + 2x - 8)dx \quad \text{Zum Aufleiten a ausklammern!}$$

$$f(x) = 0$$

$$A = a \left[\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 8x \right]_{-4}^2$$

$$0 = ax^2 + 2ax - 8a \quad | : a$$

$$0 = x^2 + 2x - 8$$

$$18 = a \left(\left[-\frac{28}{3} \right] - \left[\frac{80}{3} \right] \right)$$

p-q ergibt

$$18 = -\frac{108}{3} a \quad | : \left(-\frac{108}{3} \right)$$

$$x_1 = 2 \quad \text{und} \quad x_2 = -4$$

$$a = -0,5$$

Einsetzen in die Gleichung ergibt

$$f(x) = -0,5x^2 - x + 4$$

5. Aufgabe

$$f(x) = x^3 + 2$$

$$(f(x))^2 = (x^3 + 2)^2$$

$$(f(x)) = x^6 + 4x^3 + 4$$

$$a = 0 \quad \text{und} \quad b = 1$$

$$V = \pi \cdot \int_0^1 (x^6 + 4x^3 + 4)dx$$

$$V = \pi \cdot \left[\frac{1}{7}x^7 + x^4 + 4x \right]_0^1$$

$$V = \pi \cdot ([5,1] - [0])$$

$$V = 5,1VE \quad \Rightarrow \quad V = 5,1\text{cm}^3$$