Lösungen S 16

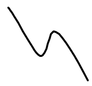
Aufgabe 1
a)

$f(x) = -0{,}1x^3 + 1{,}2x$

$f'(x) = -0{,}3x^2 + 1{,}2$

$f''(x) = -0{,}6x$

$f'''(x) = -0{,}6$

1. $D = R$ **2.** $\begin{array}{l} x \to -\infty; f(x) \to +\infty \\ x \to +\infty; f(x) \to -\infty \end{array}$  **3.** PS **4.** $S_y(0|0)$ und für S_x $f(x) = 0$ =>

$0 = -0{,}1x^3 + 1{,}2x \,|: (-0{,}1)$

$0 = x^3 - 12x$ Ausklammern von x ergibt $x_1 = 0$ und

$0 = x^2 - 12$ Umstellen und Wurzel ziehen ergibt $x_2 = 3{,}5$ und $x_3 = -3{,}5$

$S_{x1}(0|0)$ $S_{x2}(3{,}5|0)$ $S_{x3}(-3{,}5|0)$

5. $f'(x) = 0$

$0 = -0{,}3x^2 + 1{,}2 \,|: (-0{,}3)$

$0 = x^2 - 4$ Umstellen und Wurzel ziehen ergibt $x_1 = 2$ und $x_2 = -2$

$f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$

$f''(2) = -1{,}2 < 0 \Rightarrow H$ $f(2) = 1{,}6$ $H(2|1{,}6)$

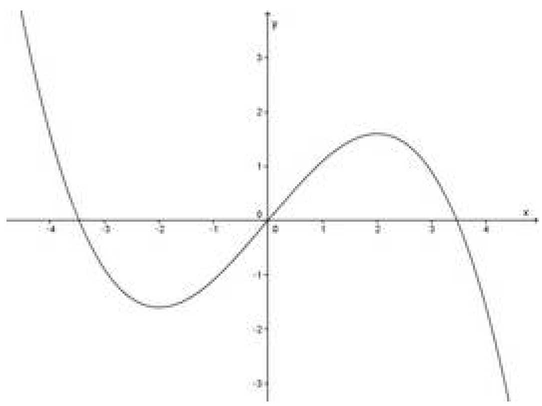
$f''(-2) = 1{,}2 > 0 \Rightarrow T$ $f(-2) = -1{,}6$ $T(-2|-1{,}6)$

6. $f''(x) = 0$

$0 = -0{,}6x$ $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$ $f(0) = 0$

$x = 0$ $f'''(0) = -0{,}6 < 0 \Rightarrow L - R - K$ $W_{L-R}(0|0)$

7. Zeichnung



b)
Zuerst Schnittpunkte von f(x) und g(x) berechnen, dann Fläche über Integral ermitteln

$f(x) = g(x)$

$-0{,}1x^3 + 1{,}2x = 0{,}5x^2 - x - 14$ Umformen

$0 = 0{,}1x^3 + 0{,}5x^2 - 2{,}2x - 14 \,|: (0{,}1)$

$0 = x^3 + 5x^2 - 22x - 140$ Polynomdivision mit $x_1 = 5$ liefert

$0 = x^2 + 10x + 28$ p-q-Formel ergibt negative Wurzel => $x \in [-3;5]$

=> keine weiteren Lösungen

$$A = \int_a^b (f(x) - g(x))dx$$

$$A = \int_{-3}^{5} (-0{,}1x^3 + 1{,}2x - (0{,}5x^2 - x - 14))dx$$

$$A = \int_{-3}^{5} (-0{,}1x^3 - 0{,}5x^2 + 2{,}2x + 14)dx$$

$$A = \left[-\frac{1}{40}x^4 - \frac{1}{6}x^3 + 1{,}1x^2 + 14x \right]_{-3}^{5}$$

$$A = \left[\frac{1465}{24} \right] - \left[-\frac{237}{8} \right]$$

$$A = \frac{272}{3} FE \approx 90{,}7FE$$

1 LE = 10 m => 1 FE = 100 m²

$$90{,}7FE \cdot 100m^2 / FE = 9070m^2$$

Der See hat eine Fläche von 9070 Quadratmeter.

c)
Differenzrechnung der Funktionswerte von f(x) und g(x)
Staumauer $x = -3$

$$f(-3) = -0{,}9$$

$$g(-3) = -6{,}5$$

Differenzrechnung $d = -0{,}9 - (-6{,}5) = 5{,}6$

Da 1 LE = 10 m ergibt sich $5{,}6 \cdot 10m = 56m$

Die Staumauer hat eine Länge von 56 Metern.

d)
Extremwertaufgabe
Gesucht: größte Breite des Sees = maximale Differenz der Funktionswerte

$B = f(x) - g(x)$	Hauptbedingung
$f(x) = -0{,}1x^3 + 1{,}2x$ $g(x) = 0{,}5x^2 - x - 14$	Nebenbedingungen
$D = [-3;5]$	(x-Wert Staumauer bis x-Wert von Schnittpunkt S)
$B(x) = -0{,}1x^3 - 0{,}5x^2 + 2{,}2x + 14$	Zielfunktion

$$B'(x) = -0{,}3x^2 - x + 2{,}2$$

$$B''(x) = -0{,}6x - 1$$

$$B'(x) = 0$$

$$0 = -0{,}3x^2 - x + 2{,}2 \quad | : (-0{,}3)$$

$$0 = x^2 + \frac{10}{3}x - \frac{22}{3}$$

p-q-Formel ergibt $x_1 = 1{,}5$ und $x_2 = -4{,}8 \notin D$

$$B'(x) = 0 \wedge B''(x) \neq 0$$

$$B''(1{,}5) = -1{,}9 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$$

$f(1{,}5) = 1{,}5$	$B = 1{,}5 - (-14{,}4)$
$g(1{,}5) = -14{,}4$	$B = 15{,}9LE$

$B(-3) = 5{,}6 < 15{,}9$

$B(5) = 0 < 15{,}9$

$15{,}9LE \cdot 10m / LE = 159m$

Der See hat an der Stelle 1,5 seine größte Breite mit 159 Metern.

<u>Aufgabe 2</u>

a)

$D_{ök} = [0;16]$

b)

$p(x) = 90$

$E(x) = 90x$

$E(16) = 1440GE$

Der größte Erlös beträgt 1440 GE.

c)

$E(x) = K(x)$

$90x = x^3 - 15x^2 + 84x + 64 \mid - 90x$

$0 = x^3 - 15x^2 - 6x + 64$ Polynomdivision mit $x_1 = 2$ liefert

$x^2 - 13x - 32 = 0$ p-q-Formel ergibt $x_2 = 15{,}1$ und $x_3 = -2{,}1 \notin D_{ök}$

GS = 2 ME

GG = 15,1 ME

Die erste Stelle, bei der Kosten und Erlös sich decken ist die Gewinnschwelle. Davor macht man Verlust. Die zweite Stelle mit dieser Eigenschaft ist die Gewinngrenze. Danach macht man Verlust. Zwischen Gewinnschwelle und Gewinngrenze liegt die Gewinnzone. In diesem Bereich macht man Gewinn.

d)

$G(x) = E(x) - K(x)$

$G(x) = 90x - (x^3 - 15x^2 + 84x + 64)$

$G(x) = -x^3 + 15x^2 + 6x - 64$

$G'(x) = -3x^2 + 30x + 6$

$G''(x) = -6x + 30$

$G'(x) = 0$

$0 = -3x^2 + 30x + 6 \mid : (-3)$

$0 = x^2 - 10x - 2$ p-q-Formel ergibt $x_1 = 10{,}2$ und $x_2 = -0{,}2 \notin D_{ök}$

$G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0$

$G''(10{,}2) = -31{,}2 < 0 \Rightarrow$ Max.

$G(10{,}2) = 496{,}6GE$

Die gewinnmaximale Ausbringungsmenge liegt bei 10,2 ME und der maximale Gewinn beträgt 496,6GE.

$p(10{,}2) = 90GE$ => $C(10{,}2 \mid 90)$ Cournot’scher Punkt