Lösungen Q BW

Aufgabe 1

a)

$G(x) = -x^3 + 7x^2 + 4x - 10$ und $K(x) = x^3 - 8x^2 + 21x + 10$

$E(x) = G(x) + K(x)$

$E(x) = -x^2 + 25x$

$p(x) = -x + 25$ mit $p(x) = 0 \;\Rightarrow x = 25$ ME (SM) $\;\Rightarrow D_{ök} = [0;25]$

b)

$G(x) = -x^3 + 7x^2 + 4x - 10$

$G'(x) = -3x^2 + 14x + 4$

$G''(x) = -6x + 14$

$G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0$

$0 = -3x^2 + 14x + 4 \,|\, :(-3)$

$0 = x^2 - \frac{14}{3}x - \frac{4}{3}$

$x_{1/2} = \frac{7}{3} \pm \sqrt{\left(\frac{7}{3}\right)^2 + \frac{4}{3}}$

$x_1 = 4{,}9$ V $[x_2 = -0{,}3]$

$f''(4{,}9) = -15{,}4 < 0 \Rightarrow$ Max.

$p(4{,}9) = 20{,}1 \quad \Rightarrow C(4{,}9|20{,}1)$

c)

$G(x) = 0$

$0 = -x^3 + 7x^2 + 4x - 10 \,|\, :(-1)$

$0 = x^3 - 7x^2 - 4x + 10$ Polynomdivision mit $x_1 = 1$ führt zu

$0 = x^2 - 6x - 10$ p-q-Formel ergibt $x_2 = 7{,}4$ und $[x_3 = -1{,}4]$

Die Gewinngrenze liegt bei 7,4 ME.

d) gesucht: Betriebsminimum $\Rightarrow k_v'(x) = 0$ und Erlös

$k_v(x) = x^2 - 8x + 21$

$k_v'(x) = 2x - 8$

$k_v''(x) = 2$

$k_v'(x) = 0 \wedge k_v''(x) \neq 0$

$\Rightarrow x = 4$ mit $k_v''(4) = 2 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$ und einsetzen in E(x) ergibt

$E(4) = 84$ GE Stimmt.

e)

gesucht: erlösmaximale Menge $\Rightarrow E'(x) = 0$ und Stückkosten

$E'(x) = -2x + 25$

$E''(x) = -2$

$E'(x) = 0 \wedge E''(x) \neq 0$

$\Rightarrow x = 12{,}5$ mit $E''(12{,}5) = -2 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$ und einsetzen in k(x)

$k(x) = x^2 - 8x + 21 + \frac{10}{x}$

$k(12{,}5) = 78{,}05$ GE   Stimmt.

f)

$K'(x) = 3x^2 - 16x + 21$

$K'(5) = 16$ GE

Bei 5 ME liegt eine Kostensteigung von 16 GE vor, wenn die Produktionsmenge um eine unendlich kleine Einheit gesteigert wird.

<u>Aufgabe 2</u>

a)

$E(x) = -3x^2 + 21x$

$p(x) = -3x + 21$

$p(x) = 0$

$x = 7 \quad SM = 7ME$

b)

$G(x) = E(x) - K(x)$ einsetzen und umformen ergibt

$G(x) = -0{,}5x^3 + 1{,}5x^2 + 6x - 5$

$G'(x) = -1{,}5x^2 + 3x + 6$

$G''(x) = -3x + 3$

$G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0$

Mit p-q-Formel ergibt sich

$x_1 = 3{,}2$ und $[x_2 = -1{,}2]$

$G''(3{,}2) = -6{,}6 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

$G(3{,}2) = 13{,}2$ GE Stimmt.

c)

$K'(x) = 1{,}5x^2 - 9x + 15$

$K''(x) = 3x - 9$

$K'''(x) = 3$

$K''(x) = 0 \wedge K'''(x) \neq 0$

$x = 3$

$K'''(3) = 3 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$

$K'(3) = 1{,}5 \quad \Rightarrow GK_{min}(3|1{,}5)$

d)

$k_v(x) = 0{,}5x^2 - 4{,}5x + 15$

$k_v{}'(x) = x - 4{,}5$

$k_v{}''(x) = 1$

$k'(x) = 0 \wedge k''(x) \neq 0$

$x = 4{,}5$

$k_v''(4{,}5) = 1 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$

$k_v(4{,}5) = 4{,}9$

Die KPU liegt bei 4,9 GE.

Aufgabe 3

a) $E(x) = K(x) + G(x)$

$E(x) = 5x^3 - 6x^2 + 45x + 17 - 5x^3 + x^2 - 30x - 17$

$E(x) = -5x^2 + 15x$

$E(x) = p(x) : x$

$p(x) = -5x + 15$

Monopolist

b) $E(x) = p(x) \cdot x$

$E(x) = -12x^2 + 36x$

$K(x) = E(x) - G(x)$

$K(x) = -12x^2 + 36x - (-0{,}5x^3 + 2x^2 - 12x - 25)$

$K(x) = 0{,}5x^3 - 14x^2 + 48x + 25$

c) K'(x) aufleiten

$K(x) = x^3 - 5x^2 + 16x + 31$ K_{fix} aus Gewinnfunktion entnehmen

$E(x) = K(x) + G(x)$

$E(x) = x^3 - 5x^2 + 16x + 31 - x^3 + 5x^2 - 7x - 31$

$E(x) = 9x$

$E(x) = p(x) : x$

$p(x) = 9$

Anbieter i.v.K.

Aufgabe 4

a) E'(x) aufleiten (Keine Konstante in E(x) enthalten!)

$E(x) = -6x^2 + 42x$

$p(x) = -6x + 42$

$p(x) = 0$

$0 = -6x + 42$

$x = 7$

$D_{ök} = [0;7]$

$SM = 7ME$

$HP = 42GE$

b) $K''(x) = 6x - 18$

$K'''(x) = 6$

$K''(x) = 0 \wedge K'''(x) \neq 0$

$0 = 6x - 18$

$x = 3$

$K'''(3) = 6 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$

$K'(3) = 3$

$GK_{min}(3|3)$ Bei 3 ME liegt die geringste Kostensteigung von 3 GE vor.

c)

$G'(x) = E'(x) - K'(x)$ einsetzen und zusammenfassen

$G'(x) = -3x^2 + 6x + 12$

$G''(x) = -6x + 6$

$G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0$

$0 = -3x^2 + 6x + 12 \,|: (-3)$

$0 = x^2 - 2x - 4$

pq-Formel

$x_1 = 3{,}2$

$[x_2 = -1{,}2]$

$G''(3{,}2) = -13{,}2 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

$p(3{,}2) = 22{,}8$ $C(3{,}2|22{,}8)$

d) K'(x) aufleiten, Konstante als K_{fix} angeben

$K(x) = x^3 - 9x^2 + 30x + K_{fix}$ P(2l42) einsetzen

$42 = 32 + K_{fix}$ $K(x) = x^3 - 9x^2 + 30x + 10$

$K_{fix} = 10$

G'(x) aufleiten und fixe Kosten als Minuswert einsetzen

$\Rightarrow G(x) = -x^3 + 3x^2 + 12x - 10$

e)
Hier werden Gewinnschwelle und Gewinngrenze gesucht. Man kann entweder die Gewinnfunktion gleich null setzen oder Kosten- und Erlösfunktion gleichsetzen.

$G(x) = 0$

$0 = -x^3 + 3x^2 + 12x - 10 \,|\, :(-1)$ Polynomdivision mit $x_1 = 5$ ergibt $0 = x^2 + 2x - 2$

$0 = x^3 - 3x^2 - 12x + 10$

pq-Formel ergibt $x_2 = 0{,}7$ und $[x_3 = -2{,}7]$

Die Gewinnschwelle liegt bei 0,7 ME und die Gewinngrenze bei 5 ME.
Vor der Gewinnschwelle und nach der Gewinngrenze macht man Verlust.

f) $k_v(x) = \frac{K_v(x)}{x}$

$k_v(x) = x^2 - 9x + 30$

$k_v'(x) = 2x - 9$ $k_v'(x) = 0 \wedge k_v''(x) \neq 0$ $0 = 2x - 9$ $k_v''(x) = 2 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$

$x = 4{,}5$ $k_v(4{,}5) = 9{,}75$

$k_v''(x) = 2$

Das BM (Betriebsminimum) liegt bei 4,5 ME. KPU (kurzfristige Preisuntergrenze) beträgt 9,75 GE.