Lösungen Q 12

Aufgabe 1

a) $E(x) = -4x^2 + 102x \qquad P(x) = \frac{E(x)}{x}$

$P(x) = -4x + 102 \qquad \Rightarrow \underline{\underline{HP = 102\,GE}}$

$P(x) = 0 \qquad 0 = -4x + 102$

$4x = 102 \quad |:4$

$\underline{\underline{x = 25{,}5\,ME \quad SM}}$

b) $G(x) = 0$

$0 = -0{,}5x^3 + 130x - 256 \quad |:(-0{,}5)$

$0 = x^3 - 260x + 512 \qquad x_1 = 2\,ME\ GS$

$(x^3 + 0x^2 - 260x + 512) : (x-2) = x^2 + 2x - 256$

$-(x^3 - 2x^2)$

$2x^2 - 260x$

$-(2x^2 - 4x)$

$-256x + 512$

$-(-256x + 512)$

0

$x^2 + 2x - 256 = 0$

$x_{2/3} = -1 \pm \sqrt{1+256}$

$\underline{\underline{x_2 = 15\,ME \quad GG}}$

$[x_3 = -17]$

c) $G'(x) = 0$ und $G''(x) \neq 0$

$G'(x) = -1{,}5x^2 + 130$

$G''(x) = -3x$

$0 = -1{,}5x^2 + 130$

$1{,}5x^2 = 130 \quad |:1{,}5$

$x^2 = \frac{260}{3} \quad |\sqrt{\ }$

$\underline{\underline{x_1 = 9{,}3\,ME}} \rightarrow x_{Gmax}$

$[x_2 = -9{,}3]$

$G''(9{,}3) = -27{,}9 < 0 \Rightarrow Max$

$G(9{,}3) = \underline{\underline{550{,}8\,GE}}$ Gewinnmaximum

d) $x_{Gmax} = 9{,}3\,ME \qquad P(x) = -4x + 102$

$P(9{,}3) = 64{,}8\,GE$

$\underline{\underline{C(9{,}3 \mid 64{,}8)}}$

c) 2 Möglichkeiten:

Variante 1
$$G(x) = E(x) - K(x) \quad | + K(x)$$
$$G(x) + K(x) = E(x) \quad | - G(x)$$
$$K(x) = E(x) - G(x)$$

$$K(x) = -4x^2 + 102x - (-0{,}5x^3 + 130x - 256)$$
$$K(x) = -4x^2 + 102x + 0{,}5x^3 - 130x + 256$$
$$K(x) = 0{,}5x^3 - 4x^2 - 28x + 256$$
$$\underline{\underline{K'(x) = 1{,}5x^3 - 8x - 28}} \quad \text{Grenzkostenfunktion}$$

Variante 2
$$G'(x) = E'(x) - K'(x)$$
umstellen wie oben
$$K'(x) = E'(x) - G'(x)$$
$$E'(x) = -8x + 102$$
$$G'(x) = -1{,}5x^2 + 130$$
$$K'(x) = -8x + 102 - (-1{,}5x^2 + 130)$$
$$K'(x) = -8x + 102 + 1{,}5x^2 - 130$$
$$\underline{\underline{K'(x) = 1{,}5x^2 - 8x - 28}} \quad \text{Grenzkostenfunktion}$$

Aufgabe 2

a) $K(x) = 5x^3 - 60x^2 + 250x + 200$
$K'(x) = 15x^2 - 120x + 250$
$K''(x) = 30x - 120$
$K'''(x) = 30$

$K''(x) = 0$ und $K'''(x) \neq 0$
$0 = 30x - 120$
$-30x = -120$
$x = 4\,ME \quad K'''(4) = 30 > 0 \Rightarrow$ Min

$$K'(4) = 10\,GE$$
$$\underline{Gk_{min}\,(4|10)}$$

Anmerkung: Bei 4ME liegt die geringste Kostensteigerung von 10 GE vor.

b) $HP = 96\,GE$

$SM = 12\,ME \Rightarrow (12|0)$

$P(x) = m \cdot x + b$ $\quad$ $b = HP$ also 96

$P(x) = m \cdot x + 96$ $\quad$ Punkt $(12|0)$ einsetzen

$0 = m \cdot 12 + 96 \quad | -96$

$-96 = 12m \quad | :12$

$-8 = m$

$\underline{\underline{P(x) = -8x + 96}}$ 1. Schritt

$E(x) = -8x^2 + 96x$

$G(x) = E(x) - K(x)$

$G(x) = -8x^2 + 96x - (5x^3 - 60x^2 + 250x + 200)$

$G(x) = -8x^2 + 96x - 5x^3 + 60x^2 - 250x - 200$

$\underline{\underline{G(x) = -5x^3 + 52x^2 - 154x - 200}}$ 2. Schritt

c) $G'(x) = 0$ und $G''(x) \neq 0$

$G'(x) = -15x^2 + 104x - 154$

$G''(x) = -30x + 104$

$0 = -15x^2 + 104x - 154 \quad | :(-15)$

$0 = x^2 - \frac{104}{15}x + \frac{154}{15}$

$x_{1/2} = + \frac{52}{15} \pm \sqrt{\left(\frac{52}{15}\right)^2 - \frac{154}{15}}$

$\underline{\underline{x_1 = 4{,}8\,ME \; x_{Gmax}}}$ $\qquad$ $G''(4{,}8) = -40 < 0 \Rightarrow Max$

$x_2 = 2{,}1$ $\qquad$ $G''(2{,}1) = 41 > 0 \Rightarrow Min$

$G(4{,}8) = -294{,}1\,GE$

(Anmerkung) $\Rightarrow$ Der höchstmögliche Gewinn ist immer noch ein Verlust. Also sollte der Unternehmer entweder die Kosten senken oder den Preis erhöhen.

Aufgabe 3

$K'(x) = 1{,}2x^2 - 4{,}8x + 3{,}6$
aufleiten

Kosten
10ME → 1540,- €

$K(x) = 0{,}4x^3 - 2{,}4x^2 + 3{,}6x + K_{fix}$

$1540 = 0{,}4 \cdot 10^3 - 2{,}4 \cdot 10^2 + 3{,}6 \cdot 10 + K_{fix}$

$1540 = 196 + K_{fix} \quad | -196$

$1344 = K_{fix}$

$\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0{,}4x^3 - 2{,}4x^2 + 3{,}6x + 1344}}$

$K(24) = 5.577{,}60$ €

$\frac{K(x)}{x}$ = Stückkosten
Durchschnittskosten

$\frac{5.577{,}60€}{24} = \underline{\underline{232{,}40 €}}$

Aufgabe 4

a) $E(x) = -1{,}25x^2 + 15x$ $\quad p(x) = \frac{E(x)}{x}$

$p(x) = -1{,}25x + 15$

$p(x) = 0$

$0 = -1{,}25x + 15$

$1{,}25x = 15$

$\underline{\underline{x = 12ME}}$ SM $\Rightarrow D_{ök} = [0; 12]$

b) Da nur $K'(x)$ gegeben ist und K_{fix} unbekannt sind, muss man mit $G'(x) = E'(x) - K'(x)$ arbeiten.

$E'(x) = -2{,}5x + 15$

$G'(x) = -2{,}5x + 15 - (0{,}3x^2 - 4x + 13{,}85)$

$G'(x) = -2{,}5x + 15 - 0{,}3x^2 + 4x - 13{,}85$

$G'(x) = -0{,}3x^2 + 1{,}5x + 1{,}15$

$G''(x) = -0{,}6x + 1{,}5$

5

Q12

$G'(x)=0$ und $G''(x)\neq 0$

$0=-0{,}3x^2+1{,}5x+1{,}15 \quad |:(-0{,}3)$

$0=x^2-5x-\frac{23}{6}$

$x_{1/2}=+2{,}5\pm\sqrt{2{,}5^2+\frac{23}{6}}$

$x_1=5{,}7$ $\qquad G''(5{,}7)=-1{,}92<0 \Rightarrow Max$

$[x_2=-0{,}7]$

$\Rightarrow \underline{\underline{x_{Gmax}=5{,}7ME}}$

c) $k'(x)=0{,}3x^2-4x+13{,}85$

$k''(x)=0{,}6x-4$

$k'''(x)=0{,}6$

$k''(x)=0$ und $k'''(x)\neq 0$

$0=0{,}6x-4$

$4=0{,}6x$

$6{,}7ME=x$ $\qquad k'''(6{,}7)=0{,}6>0$

$\Rightarrow Min$

$k'(6{,}7)=0{,}5$

$\underline{\underline{GK_{min}(6{,}7|0{,}5)}}$

<u>Aufgabe 5</u>

a) $K(x)=0{,}5x^3-4x^2-28x+K_{fix}$ $\qquad (6|52)$

$52=0{,}5\cdot 6^3-4\cdot 6^2-28\cdot 6+K_{fix}$

$52=-204+K_{fix} \quad |+204$

$256=K_{fix}$

$\underline{\underline{K(x)=0{,}5x^3-4x^2-28x+256}}$

b) GK_{min} wird aus den Ableitungen berechnet. Dabei fallen die fixen Kosten weg.

$k'(x)=1{,}5x^2-8x-28$

$k''(x)=3x-8$

$k'''(x)=3$

$k''(x)=0$ und $k'''(x)\neq 0$

Die 256 (K_{fix}) spielt keine Rolle mehr.

c) $D_{ök} = [0; 25{,}5] \Rightarrow SN = 25{,}5\ ME$ also $(25{,}5|0)$
$HP = 102\ GE$

$P(x) = m \cdot x + b$
$0 = m \cdot 25{,}5 + 102 \quad | -102$
$-102 = 25{,}5m \quad | : 25{,}5$
$-4 = m \quad \Rightarrow \quad P(x) = -4x + 102$
$\Rightarrow \quad \underline{E(x) = -4x^2 + 102x}$

$E'(x) = 0$ und $E''(x) \neq 0$

$E'(x) = -8x + 102$
$E''(x) = -8$

$0 = -8x + 102$
$8x = 102$
$x = 12{,}75\ ME$
$E''(12{,}75) = -8 < 0 \Rightarrow$ Max

$\underline{\underline{E(12{,}75) = 650{,}25\ GE \quad E_{max}}}$

d) $G(x) = E(x) - K(x)$
$G(x) = -4x^2 + 102x - (0{,}5x^3 - 4x^2 - 28x + 256)$
$G(x) = -4x^2 + 102x - 0{,}5x^3 + 4x^2 + 28x - 256$
$\underline{G(x) = -0{,}5x^3 + 130x - 256}$

$G'(x) = 0$ und $G''(x) \neq 0$

$G'(x) = -1{,}5x^2 + 130$
$G''(x) = -3x$

$0 = -1{,}5x^2 + 130$
$1{,}5x^2 = 130$
$x^2 = \frac{260}{3} \quad | \sqrt{\ }$
$x_1 = 9{,}3$
$[x_2 = -9{,}3]$

$G''(9{,}3) = -27{,}9 < 0 \Rightarrow$ Max

$x_{Gmax} = 9{,}3\ ME$

$\underline{\underline{G(9{,}3) = 550{,}8\ GE \quad G_{max}}}$

e) Velust $\Rightarrow G(x)$

$G(0) = -256$ GE sind somit vorgegeben als y-Wert, x wird gesucht

$$-256 = -0{,}5x^3 + 130x - 256 \quad | +256$$

$$0 = -0{,}5x^3 + 130x$$

$$0 = x(-0{,}5x^2 + 130)$$

$$x_1 = 0 \qquad -0{,}5x^2 + 130 = 0$$

$$0{,}5x^2 = 130$$

$$x^2 = 260 \quad | \sqrt{\ }$$

$$x_2 = 16{,}1 \text{ ME}$$

$$[x_3 = -16{,}1]$$

Bei 16,1 ME entstehen ebenfalls 256 GE Velust.

f) $-126{,}5 = -0{,}5x^3 + 130x - 256 \quad | +126{,}5$

$$0 = -0{,}5x^3 + 130x - 129{,}5 \quad | :(-0{,}5)$$

$$0 = x^3 - 260x + 259$$

$$x_1 = 1 \text{ ME}$$

$$(x^3 + 0x^2 - 260x + 259) : (x-1) = x^2 + 1x - 259$$

$$-(x^3 - 1x^2)$$

$$1x^2 - 260x$$

$$-(1x^2 - 1x)$$

$$-259x + 259$$

$$-(-259x + 259)$$

$$0$$

$$0 = x^2 + 1x - 259$$

$$x_{2/3} = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 259}$$

$$x_2 = 15{,}6 \text{ ME}$$

$$[x_3 = -16{,}6]$$

Bei 1 ME und 15,6 ME entsteht ein Velust von 126,5 GE.