Lösungen zu PV 2

1.) a) $\underline{K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d}$ $\quad d = k_{fix} = 200$

$K_{variabel}(x) = K(x) - K_{fix}$ also $\underline{K_v(x) = ax^3 + bx^2 + cx}$

$\underline{K'(x) = 3ax^2 + 2bx + c}$ Grenzkostenfunktion

$(2|64) \rightarrow K_v(x) \Rightarrow K_v(2) = 64$ $\quad 64 = 8a + 4b + 2c$ I

$(1|244) \rightarrow K(x) \Rightarrow K(1) = 244$ $\quad 244 = a + b + c + d$ II

$(1|30) \rightarrow K'(x) \Rightarrow K'(1) = 30$ $\quad 30 = 3a + 2b + c$ III

$d = 200$ einsetzen in II

$244 = a + b + c + 200 \quad |-200 \Rightarrow 44 = a + b + c$ II

Gleichung I : $(-2) \Rightarrow -32 = -4a - 2b - c$ I

I + II ergibt

IV $12 = -3a - b$

I + III ergibt

$-2 = -a$

$2 = a$ einsetzen in IV

$12 = -3 \cdot 2 - b$

$12 = -6 - b$

$18 = -b$

$-18 = b$

a und b einsetzen in III ergibt

$30 = 3 \cdot 2 + 2 \cdot (-18) + c$

$60 = c$

$$\underline{K(x) = 2x^3 - 18x^2 + 60x + 200}$$

b) $K'(x) = 6x^2 - 36x + 60$

$K''(x) = 12x - 36$

$K'''(x) = 12 > 0 \Rightarrow$ Min

$K''(x) = 0$

$0 = 12x - 36$

$3 = x$

$K'(3) = 6$

$\underline{Gk_{min}(3|6)}$

1.) c) $HP = 156$ GE

$SM = 13$ ME $\Rightarrow$ $\underset{x}{13}\,\underset{y}{10}$

$p(x) = m \cdot x + \underset{156}{b}$

$0 = m \cdot 13 + 156$

$-12 = m \qquad \Rightarrow \underline{p(x) = -12x + 156}$

d) $p(x) = -12x + 156$

$E(x) = -12x^2 + 156x$

$G(x) = E(x) - k(x)$

$G(x) = -12x^2 + 156x - (2x^3 - 18x^2 + 60x + 200)$

$G(x) = -12x^2 + 156x - 2x^3 + 18x^2 - 60x - 200$

$\underline{G(x) = -2x^3 + 6x^2 + 96x - 200}$

$G(x) = 0$ Teiler $\underline{x_1 = 2}$

$0 = -2x^3 + 6x^2 + 96x - 200 \quad |:(-2)$

$0 = x^3 - 3x^2 - 48x + 100$

aus der Polynomdivision entsteht $x^2 - 1x - 50 = 0$

$\Rightarrow \underline{x_2 = 7,6} \quad [x_3 = -6,6]$

$GS = 2 \qquad GG = 7,6 \qquad$ Bereich 2 bis 7,6

oder $7,6 - 2 = \underline{5,6}$

e) $G'(x) = -6x^2 + 12x + 96$

$G''(x) = -12x + 12$

$G'(x) = 0$

$|:(-6)$ und p-q führt zu $\underline{x_1 = 5,1} \quad [x_2 = -3,1]$

$G''(5,1) = -49,2 < 0 \Rightarrow$ Max

$\underline{G(5,1) = 180,4 \text{ GE}} = G_{max}$

$p(5,1) = 94,8$ GE $\Rightarrow C(5,1 / 94,8)$

③

2.) a) $E(x) = -1{,}25x^2 + 15x$

$p(x) = -1{,}25x + 15$

$p(x) \geq 0$

$D_{ök} = [0; 12]$

$p(x) = 0$

$0 = -1{,}25x + 15$

$x = 12$

b) $G'(x) = E'(x) - K'(x)$ $\qquad E'(x) = -2{,}5x + 15$

$G'(x) = -2{,}5x + 15 - (0{,}3x^2 - 4x + 13{,}85)$

$\underline{G'(x) = -0{,}3x^2 + 1{,}5x + 1{,}15}$

$G''(x) = -0{,}6x + 1{,}5$

$G'(x) = 0$ $\qquad 0 = -0{,}3x^2 + 1{,}5x + 1{,}15 \quad |:(-0{,}3)$

p-q

$\underline{x_1 = 5{,}7}$ $\quad [x_2 = -0{,}7]$

$G''(5{,}7) = -1{,}9 < 0 \Rightarrow Max$

c) $K''(x) = 0{,}6x - 4$

$K'''(x) = 0{,}6 > 0 \Rightarrow Min$

$K''(x) = 0$ $\qquad 0 = 0{,}6x - 4$ $\qquad x = 6\frac{2}{3}$ oder $6{,}7$

$K'(6{,}7) = 0{,}5$ $\quad \Rightarrow \quad \underline{GK_{min}\,(6{,}7 / 0{,}5)}$

3.) a) $K(x) = 0{,}5x^3 - 4x^2 - 28x + K_{fix}$ $\qquad (6 | 52)$ x y

$52 = 0{,}5 \cdot 6^3 - 4 \cdot 6^2 - 28 \cdot 6 + K_{fix}$

$256 = K_{fix}$

$\underline{K(x) = 0{,}5x^3 - 4x^2 - 28x + 256}$

b) $K'(x) = 1{,}5x^2 - 8x - 28$ $\quad$ Grenzkostenfunktion

(Bei der Ableitung fallen die fixe Kosten weg ⇒ unabhängig)

$K''(x) = 3x - 8$

$K'''(x) = 3 > 0 \Rightarrow Min$

$K''(x) = 0$ $\qquad 3x - 8 = 0$ $\quad \Rightarrow x = \frac{8}{3}$ oder $2{,}7$

$K'(2{,}7) = -38{,}7$ $\qquad \underline{(2{,}7 / -38{,}7)}$

↑ Mein Fehler! Habe es nicht kontrolliert. Dorf <u>niemals</u> negativ sein. ⊕ oder Null.

3.) c) $p(x) = m \cdot x + b$

$b = HP = 102$

$SM = 25{,}5$

$0 = m \cdot 25{,}5 + 102$

$\Rightarrow p(x) = -4x + 102$

$\underline{E(x) = -4x^2 + 102x}$

$E'(x) = -8x + 102$

$E''(x) = -8 < 0 \Rightarrow Max$

$E'(x) = 0$

$0 = -8x + 102$

$x = 12{,}75$

$E(12{,}75) = 650{,}3$ GE

$E_{max} = 650{,}3$ GE

oder einfach $\frac{SM}{2}$ in $E(x)$ einsetzen

$E(12{,}75) = 650{,}3 = E_{max}$

d) $G(x) = E(x) - K(x)$

$G(x) = -4x^2 + 102x - (0{,}5x^3 - 4x^2 - 28x + 256)$

$\underline{G(x) = -0{,}5x^3 + 130x - 256}$

$G'(x) = -1{,}5x^2 + 130$

$G''(x) = -3x$

$G'(x) = 0 \qquad 0 = -1{,}5x^2 + 130 \qquad 1{,}5x^2 = 130 \,|:1{,}5$

$x^2 = 86\frac{2}{3} \,|\sqrt{\ }$

$\underline{x_1 = 9{,}3}$

$\boxed{x_2 = -9{,}3}$

$G''(9{,}3) = -27{,}9 < 0 \Rightarrow Max$

$G(9{,}3) = 550{,}8$ GE $= G_{max}$

e) $K_{fix} = 256$ GE als Verlust $\Rightarrow -256$

also $-256 = -0{,}5x^3 + 130x - 256 \quad |+256$

$0 = -0{,}5x^3 + 130x \qquad$ Lösen $\Rightarrow x_1 = 0$

$x = 0$ ist bekannt $\Rightarrow x_2 = 16{,}1$ ist gesucht

$\underline{x_2 = 16{,}1}$

$\boxed{x_3 = -16{,}1}$

f) siehe e) $-126{,}5 = -0{,}5x^3 + 130x - 256 \quad |+126{,}5$

$0 = \ldots\ldots \qquad$ Lösen

Achtung: bei Polynomdivision $+0x^2$ dazwischen setzen

$\underline{x_1 = 1} \qquad \underline{x_2 = 15{,}6} \qquad [x_3 = -16{,}6]$