Lösungen Parabeln 2018-3

Aufgabe 1

P_1: $f(x) = -(x+2)^2 + 4$

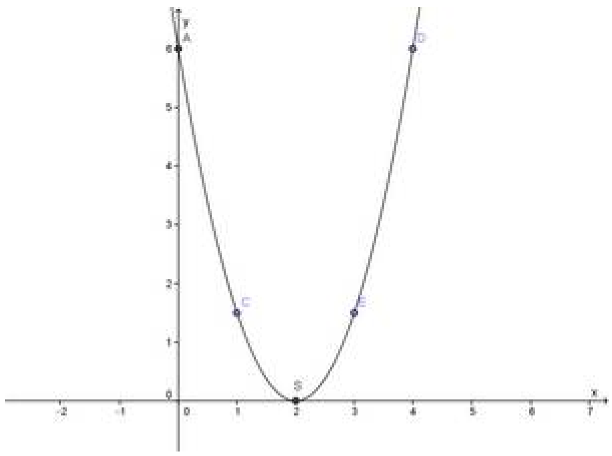
P_2: $f(x) = 1{,}5(x+3)^2 - 1$

P_3: $f(x) = -0{,}5(x-1)^2$

P_4: $f(x) = -2(x-3)^2 + 5$

Aufgabe 2

a) Scheitel und Punkte einzeichnen und die beiden Punkte spiegeln.
A => D und C => E



b) Aus Scheitel und einem Punkt den Faktor a berechnen:

$S(2|0)$ und $P_2\,(1|1{,}5)$

$1{,}5 = a(1-2)^2 + 0$

$1{,}5 = a(-1)^2$

$1{,}5 = a$

$f(x) = 1{,}5(x-2)^2$

c) $f(x) = 1{,}5(x^2 - 4x + 4)$

$f(x) = 1{,}5x^2 - 6x + 6$

Aufgabe 3

a) $f(x_N) = 0$

$0 = -4x^2 + 32x - 60 \,|\, :(-4)$

$0 = x^2 - 8x + 15$

$x_{N1/2} = +4 \pm \sqrt{16-15}$

$x_{N1} = 5$

$x_{N2} = 3$

$S_{x1}(5|0)$ und $S_{x2}(3|0)$

b) Die Parabel ist:
- nach unten geöffnet,
- mit dem Faktor 4 gestreckt.

Diese Angaben kann man aus der allgemeinen Form ablesen.
Für die Verschiebung muss man erst die Lage des Scheitels berechnen.

$x_S = 4$ aus der pq-Formel

$f(4) = 4$ => $S(4|4)$

- 4 Einheiten nach rechts und
- 4 Einheiten nach oben verschoben.

c) $f(x) = g(x)$

$-4x^2 + 32x - 60 = 16x - 44$

$-4x^2 + 16x - 16 = 0 \,|\, : (-4)$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

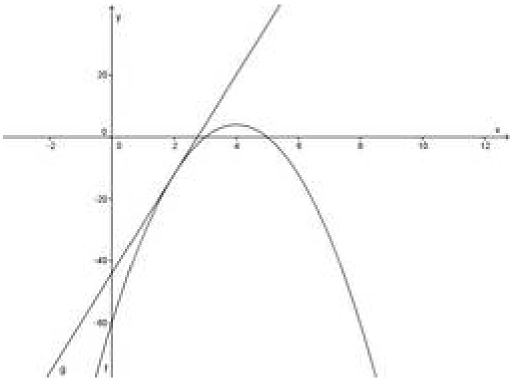
$x_{1/2} = +2 \pm \sqrt{4-4}$

$x_{1/2} = 2$

$g(2) = 16 \cdot 2 - 44 = -12$

$S_{1/2}(2|-12)$ (doppelter Schnittpunkt = Berührpunkt)

Zeichnung nur zur Verdeutlichung



Aufgabe 4

a) gegeben: $x_{N1} = 0 \Rightarrow S_{x1}(0|0)$ und $x_{N2} = 4 \Rightarrow S_{x2}(4|0)$ und $a = +0,25$

$x_S = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{0+4}{2} = 2$ (Mitte zwischen den beiden Nullstellen)

$f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$

mit $Sx_1(0|0)$ und $a = 0,25$ und $x_S = 2$

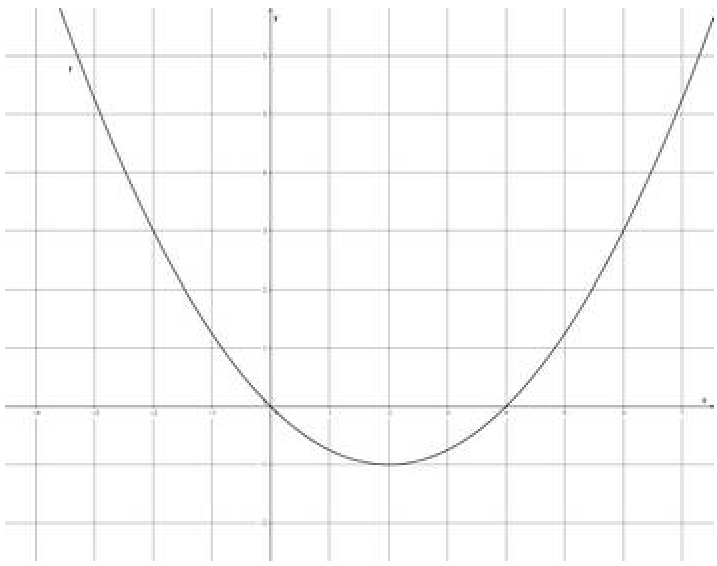
$0 = 0,25 \cdot (0-2)^2 + y_S$

$y_S = -1$

$f(x) = 0,25(x-2)^2 - 1$

b) $S(2|-1)$

c) Zeichnung =>



d) $f(x) = 0,25(x-2)^2 - 1$

$f(x) = 0,25(x^2 - 4x + 4) - 1$

$f(x) = 0,25x^2 - x + 1 - 1$

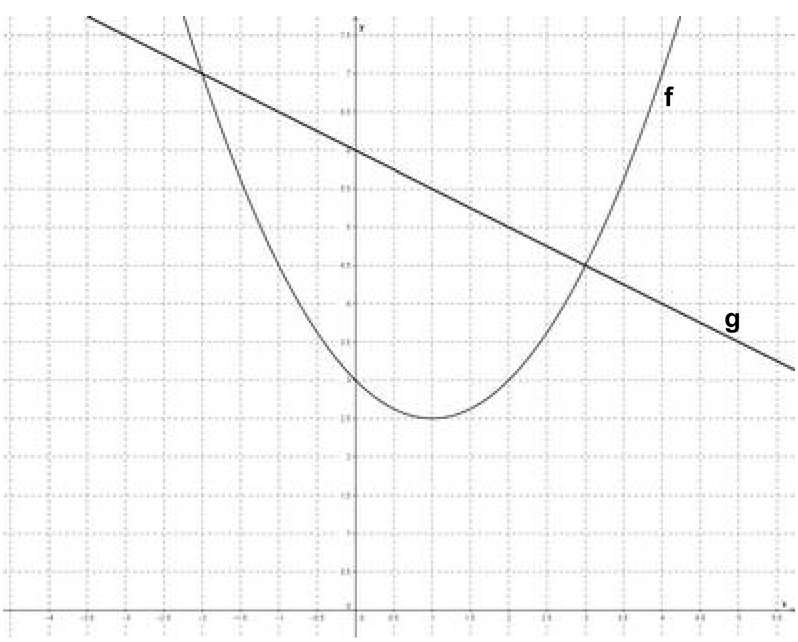
$f(x) = 0,25x^2 - x$

e) $x = 0$

$S_y(0|0)$

Aufgabe 5

a) Das Zeichnen kann hier mithilfe des TR erfolgen. Ebenso bei der Geraden.



b) $S_1(-2|7)$ und $S_2(3|4,5)$

c) $g(x) = f(x)$

$-0,5x + 6 = \frac{1}{2}x^2 - x + 3$

$0 = \frac{1}{2}x^2 - 0,5x - 3 \,|\, : 0,5$

$0 = x^2 - x - 6$

$x_{1/2} = 0,5 \pm \sqrt{0,25 + 6}$

$x_1 = 3$ und $x_2 = -2$

$g(3) = 4{,}5 \qquad S_1(3|4{,}5)$

$g(-2) = 7 \qquad S_2(-2|7)$

d) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 3$

$x = 0$

$f(0) = 3$

$S_y(0|3)$

$f(x_N) = 0$

$0 = \frac{1}{2}x^2 - x + 3 \,|: 0{,}5$

$0 = x^2 - 2x + 6$

$x_{N1/2} = 1 \pm \sqrt{1-6}$

n.l.

keine Nullstellen

$g(x) = -0{,}5x + 6$

$x = 0$

$g(0) = 6$

$S_y(0|6)$

$g(x_N) = 0$

$0 = -0{,}5x + 6 \,|+0{,}5x$

$0{,}5x = 6 \,|: 0{,}5$

$x_N = 12$

$S_x(12|0)$

Aufgabe 6

a) Parabel 1: Aus Scheitel $S(3|4)$ und Punkt $S_y(0|-5)$ kann man a ermitteln.

$f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$

$-5 = a(0-3)^2 + 4$

$-5 = 9a + 4 \,|-4$

$-9 = 9a \,|: 9$

$-1 = a$

$\Rightarrow f_1(x) = -(x-3)^2 + 4$

Überführen in die allgemeine Form

$f_1(x) = -(x^2 - 6x + 9) + 4$

$f_1(x) = -x^2 + 6x - 9 + 4$

$f_1(x) = -x^2 + 6x - 5$

Gleiche Nullstellen => $f(x_N) = 0$ für die erste Parabel

$0 = -x^2 + 6x - 5 \,|: (-1)$

$0 = x^2 - 6x + 5$

$x_{N1/2} = 3 \pm \sqrt{9-5}$

$x_{N1} = 5$ und $x_{N2} = 1 \;\Rightarrow S_{x1}(5|0)$ und $S_{x2}(1|0)$

Parabel 2: Aus den beiden Nullstellen kann man x_S ermitteln.

$x_S = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{5+1}{2} = 3$

$f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$

$0 = 0{,}5(5-3)^2 + y_S$

$y_S = -2$

$f_2(x) = 0{,}5(x-3)^2 - 2$

$f_2(x) = 0{,}5(x^2 - 6x + 9) - 2$

$f_2(x) = 0{,}5x^2 - 3x + 4{,}5 - 2$

$f_2(x) = 0{,}5x^2 - 3x + 2{,}5$

b)