Lösungen O 12

Aufgabe 1

$f(x) = 0{,}5x^3 + 2x^2 + 0{,}5x - 3$

Fläche mit x-Achse
$\Rightarrow$ Nullstellen

$f(x) = 0$

$0 = 0{,}5x^3 + 2x^2 + 0{,}5x - 3 \quad | : 0{,}5$

$0 = x^3 + 4x^2 + x - 6 \qquad x_1 = 1$

$$
\begin{array}{l}
(x^3 + 4x^2 + x - 6) : (x - 1) = x^2 + 5x + 6 \\
\underline{-(x^3 - 1x^2)} \\
\quad +5x^2 + x \\
\quad \underline{-(+5x^2 - 5x)} \\
\qquad\quad 6x - 6 \\
\qquad \underline{-(6x - 6)} \\
\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

$x^2 + 5x + 6 = 0$

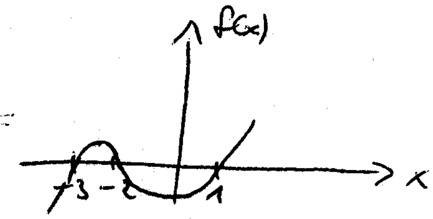
$x_{2/3} = -2{,}5 \pm \sqrt{6{,}25 - 6}$

$x_2 = -2$

$x_3 = -3$

$\begin{pmatrix} -3 & -2 & 1 \\ & \text{zwei Flächen} & \end{pmatrix}$

Skizze



$$A_1 = \int_{-3}^{-2} (0{,}5x^3 + 2x^2 + 0{,}5x - 3)\,dx = \left[\tfrac{1}{8}x^4 + \tfrac{2}{3}x^3 + \tfrac{1}{4}x^2 - 3x\right]_{-3}^{-2}$$

$$= \left[3\tfrac{2}{3}\right] - \left[3\tfrac{3}{8}\right] = \tfrac{7}{24}\ \text{FE} \ (\approx 0{,}3\ \text{FE})$$

$$A_2 = \left|\int_{-2}^{1} (0{,}5x^3 + 2x^2 + 0{,}5x - 3)\,dx\right| = \left|\left[\tfrac{1}{8}x^4 + \tfrac{2}{3}x^3 + \tfrac{1}{4}x^2 - 3x\right]_{-2}^{1}\right|$$

$$= \left|\left[-\tfrac{47}{24}\right] - \left[3\tfrac{2}{3}\right]\right| = \left|-5\tfrac{5}{8}\right| = 5\tfrac{5}{8}\ \text{FE} \ (5{,}6\ \text{FE})$$

$$A_{gesamt} = A_1 + A_2$$

$$= \tfrac{7}{24} + 5\tfrac{5}{8} = \underline{\underline{5\tfrac{11}{12}\ \text{FE} \ (5{,}9\ \text{FE})}}$$

oder $0{,}3 + 5{,}6 = 5{,}9$ FE

Aufgabe 2

$f(x) = -2x^3 + 8x$ Nst.!

$f(x) = 0$

$0 = -2x^3 + 8x \quad | :(-2)$

$0 = x^3 - 4x$

$0 = x(x^2 - 4)$

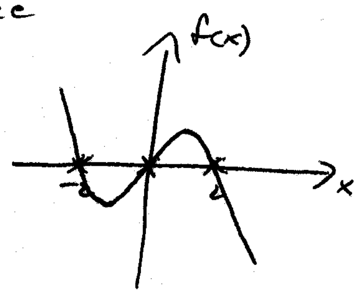
$x_1 = 0 \qquad x^2 - 4 = 0$

$x^2 = 4 \quad | \sqrt{\ }$

$x_2 = 2$

$x_3 = -2$

Skizze



Da PS vorliegt braucht man nur eine Fläche berechnen.
Das Integral wird von Anfang an mit 2 multipliziert.

$$A = 2 \cdot \int_0^2 (-2x^3 + 8x)\,dx = 2 \cdot \left[-0{,}5x^4 + 4x^2\right]_0^2$$

$$= 2 \cdot ([8] - [0]) = \underline{\underline{16\ FE}}$$

Aufgabe 3

$f(x) = x^3 - 12x^2 + 45x - 50$ Fläche zw Hoch- und Tiefpunkt

$\Rightarrow$ Extremwerte <u>und</u> Nullstellen

$f(x) = 0$

$0 = x^3 - 12x^2 + 45x - 50 \qquad \underline{x_1 = 2}$

$(x^3 - 12x^2 + 45x - 50) : (x - 2) = x^2 - 10x + 25$

$-(x^3 - 2x^2)$

$-10x^2 + 45x$

$-(-10x^2 + 20x)$

$25x - 50$

$-(25x - 50)$

0

$x^2 - 10x + 25 = 0$

$x_{2/3} = +5 \pm \sqrt{25 - 25}$

$\underline{x_{2/3} = 5}$

$f'(x)=0$ und $f''(x) \neq 0$

$f'(x) = 3x^2 - 24x + 45$

$f''(x) = 6x - 24$

$3x^2 - 24x + 45 = 0 \quad |:3$

$x^2 - 8x + 15 = 0$

$x_{1/2} = 4 \pm \sqrt{16-15}$

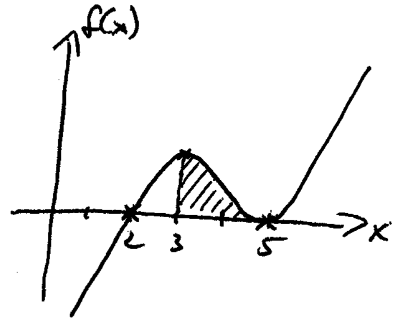
$x_1 = 5$

$x_2 = 3$

$f''(5) = 6 > 0 \Rightarrow TP$

$f''(3) = -6 > 0 \Rightarrow HP$

Skizze



Keine Nullstelle zwischen Hoch- und Tiefpunkt $\Rightarrow$ Fläche mit <u>einer</u> Berechnung ermitteln.

$$A = \int_3^5 (x^3 - 12x^2 + 45x - 50)\,dx = \left[\frac{1}{4}x^4 - 4x^3 + 22{,}5x^2 - 50x\right]_3^5$$

$$= [-31{,}25] - [-35{,}25] = \underline{\underline{4\,FE}}$$

<u>Aufgabe 4</u>

$f_1(x) = x^3 - 8x^2 + 16x$

$f_2(x) = \frac{3}{16}x^3 - \frac{9}{8}x^2 + 6$

Fläche zwischen beiden Funktionen $\Rightarrow$ gleichsetzen für Schnittpunkte; im ersten Quadranten $\Rightarrow$ y-Achse begrenzt links die Fläche $\Rightarrow$ 1. Grenze ist 0 (null)

$f_1(x) = f_2(x)$

$x^3 - 8x^2 + 16x = \frac{3}{16}x^3 - \frac{9}{8}x^2 + 6 \quad \left| -\frac{3}{16}x^3 + \frac{9}{8}x^2 - 6\right.$

$\underline{\frac{13}{16}x^3 - 6\frac{7}{8}x^2 + 16x - 6 = 0} \quad \left| : \frac{13}{16}\right.$

$x^3 - 8\frac{6}{13}x^2 + 19\frac{9}{13}x - 7\frac{5}{13} = 0$

Hier sollte man $\cdot 13$ nehmen, sonst kann man keinen Teiler finden.

$| \cdot 13$

$13x^3 - 110x^2 + 256x - 96 = 0$

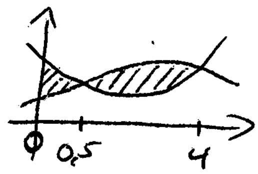
$x_1 = 4$

$$(13x^3-110x^2+256x-96):(x-4)=13x^2-58x+24$$ ④ 012

$$-(13x^3-52x^2)$$
$$-58x^2+256x$$
$$-(-58x^2+232x)$$
$$24x-96$$
$$-(24x-96)$$
$$0$$

$$13x^2-58x+24=0$$
$$x^2-\frac{58}{13}x+\frac{24}{13}=0$$
$$x_{2/3}=\frac{29}{13}\pm\sqrt{\left(\frac{29}{13}\right)^2-\frac{24}{13}}$$
$$x_2=4$$
$$x_3=\frac{6}{13} \qquad x_3=0{,}5 \text{ gerundet}$$

Skizze



$$A_1=\left|\int_0^{0,5}\left(\frac{13}{16}x^3-\frac{55}{8}x^2+16x-6\right)dx\right|$$
$$=\left|\left[\frac{13}{64}x^4-\frac{55}{24}x^3+8x^2-6x\right]_0^{0,5}\right|$$
$$=\left|[-1{,}3]-[0]\right|=|-1{,}3|=\underline{1{,}3\text{ FE}}$$

$$A_2=\int_{0,5}^{4}\left(\frac{13}{16}x^3-\frac{55}{8}x^2+16x-6\right)dx=\left[\frac{13}{64}x^4-\frac{55}{24}x^3+8x^2-6x\right]_{0,5}^{4}$$
$$=\left[9\tfrac{1}{3}\right]-[-1{,}3]=\underline{10{,}6\text{ FE}}$$

$$A_{gesamt}=A_1+A_2$$
$$=1{,}3+10{,}6=\underline{\underline{11{,}9\text{ FE}}}$$

Aufgabe 4

$$f_1(x)=0{,}25(x-4)^2-4$$
$$f_2(x)=-0{,}25x^2+2x$$

$$f_1(x)=0{,}25(x^2-8x+16)-4$$
$$=0{,}25x^2-2x+4-4$$
$$f_1(x)=0{,}25x^2-2x$$

$$f_1(x)=f_2(x)$$

$$0{,}25x^2-2x=-0{,}25x^2+2x \quad |+0{,}25x^2-2x$$
$$0{,}5x^2-4x=0 \quad |:0{,}5$$
$$x^2-8x=0$$

⑤ 012

$x(x-8)=0$

$\underline{x_1=0}$ und $x-8=0$

$\underline{x_2=8}$

$$A=\left|\int_0^8 (0{,}5x^2-4x)\,dx\right| = \left|\left[\tfrac{1}{6}x^3-2x^2\right]_0^8\right| = \left|\left[-42\tfrac{2}{3}\right]-[0]\right|$$

$$=\left|-42\tfrac{2}{3}\right| = \underline{\underline{42\tfrac{2}{3}\ FE}}\ (42{,}7\ FE)$$