

Lösungen M 15

1. Aufgabe

a) $p(x) = -0,8x + 14 \Rightarrow$ Höchstpreis HP = 14 GE
 $p(x) = 0 \Rightarrow x = 17,5 \Rightarrow$ Sättigungsmenge SM = 17,5 ME
 $D_{ök} = [0; SM]$ also $D_{ök} = [0; 17,5]$

b) $E(x) = p(x) \cdot x$ Erlösmaximum
 $E(x) = (-0,8x + 14) \cdot x$ $E'(x) = -1,6x + 14$ $x = 8,75$
 $E(x) = -0,8x^2 + 14x$ $E''(x) = -1,6$ $E'(x) = 0 \wedge E''(x) \neq 0$
 $E'(x) = 0$ $E''(8,75) = -1,6 < 0 \Rightarrow$ Max.
 $0 = -1,6x + 14$ $E(8,75) = 61,25$ GE (E_{max})

Das Erlösmaximum liegt bei 61,25 GE und wird mit 8,75 ME erreicht.

c) $G(x) = E(x) - K(x)$
 $G(x) = -0,8x^2 + 14x - (0,2x^3 - 3x^2 + 15x + 10)$
 $G(x) = -0,8x^2 + 14x - 0,2x^3 + 3x^2 - 15x - 10$
 $G(x) = -0,2x^3 + 2,2x^2 - x - 10$

Gewinnschwelle und -grenze erhält man mit $G(x) = 0$

$0 = -0,2x^3 + 2,2x^2 - x - 10$: $(-0,2)$ Polynomdivision mit $x_1 = 10$ ergibt $0 = x^2 - x - 5$

$0 = x^3 - 11x^2 + 5x + 50$

p-q liefert $x_2 = 2,8$ und $x_3 = -1,8 \notin D_{ök}$

Die Gewinnschwelle GS liegt bei 2,8 ME, die Gewinnsgrenze GG bei 10 ME.

d) gewinnmaximale Ausbringungsmenge x_{Gmax} mit

$G'(x) = -0,6x^2 + 4,4x - 1$ $0 = x^2 - \frac{22}{3}x + \frac{5}{3}$

$G''(x) = -1,2x + 4,4$ p-q liefert $x_1 = 7,1$ und $x_2 = 0,2$

$G'(x) = 0$ $G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0$

$0 = -0,6x^2 + 4,4x - 1$: $(-0,6)$ $G''(7,1) = -4,1 < 0 \Rightarrow$ Max. $x_{Gmax} = 7,1$ ME

$G''(0,2) = +4,1 > 0 \Rightarrow$ Min.

Cournot'scher Punkt

$C(x_{Gmax} | p(x_{Gmax}))$ gewinnmaximale Menge und zugehöriger Preis

$p(7,1) = 8,3$ GE

$C(7,1 | 8,3)$ Bei 7,1 ME und einem Preis von 8,3 GE pro ME wird der maximale Gewinn erzielt.

2. Aufgabe

a) $D_{ök} = [0; x_{Kap}]$ also $D_{ök} = [0; 100]$

b) $K(100) = 5720$ GE $p(x) = 53$ $G(x) = E(x) - K(x)$
 $E(100) = 5300$ GE $G(x) = 5300 - 5720$
 $E(100) = 5300$ GE $G(x) = -420$ GE

Man würde einen Verlust von 420 GE machen.

c) Gewinnzone = GG - GS $\Rightarrow G(x) = 0$ also erst $G(x)$ bilden
 $G(x) = E(x) - K(x)$

$$G(x) = 53x - (0,01x^3 - x^2 + 50x + 720)$$

$$G(x) = 53x - 0,01x^3 + x^2 - 50x - 720$$

$$G(x) = -0,01x^3 + x^2 + 3x - 720 \quad G(x) = 0$$

$$0 = -0,01x^3 + x^2 + 3x - 720 \quad | : (-0,01) \quad \text{Polynomdivision mit } x_1 = 30 \text{ ergibt } 0 = x^2 - 70x - 2400$$

$$0 = x^3 - 100x^2 - 300x + 72000$$

$$p\text{-}q \text{ liefert } x_2 = 95,2 \text{ und } x_3 = -25,2 \notin D_{\text{ök}}$$

$$GS = 30 \text{ ME und } GG = 95,2 \text{ ME}$$

$$\text{Gewinnzone} = 95,2 - 30 = 65,2 \text{ ME}$$

Die Gewinnzone hat eine Größe von 65,2 ME.

Vor der Gewinnschwelle macht man Verlust, nach der Gewinngrenze ebenfalls.

d) gewinnmaximale Ausbringungsmenge $x_{G\text{max}}$ mit

$$G'(x) = -0,03x^2 + 2x + 3 \quad 0 = x^2 - \frac{200}{3}x - 100$$

$$G''(x) = -0,06x + 2 \quad p\text{-}q \text{ liefert } x_1 = 68,1 \text{ und } x_2 = -1,5 \notin D_{\text{ök}}$$

$$G'(x) = 0 \quad G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0$$

$$0 = -0,03x^2 + 2x + 3 \quad | : (-0,03) \quad G''(68,1) = -2,1 < 0 \Rightarrow \text{Max.} \quad x_{G\text{max}} = 68,1 \text{ ME}$$

$$G(68,1) = 963,7 \text{ GE Gewinnmaximum}$$

Cournot'scher Punkt

$C(x_{G\text{max}} | p(x_{G\text{max}}))$ gewinnmaximale Menge und zugehöriger Preis

$$p(68,1) = 53 \text{ GE}, \text{ da Preis konstant} \Rightarrow C(68,1 | 53)$$

Bei 68,1 ME und einem Preis von 53 GE pro ME wird der maximale Gewinn von 963,7 GE erzielt.

3. Aufgabe

a) $p(x) = 0 \Rightarrow SM = 9 \Rightarrow D_{\text{ök}} = [0; 9]$

b) $E(x) = p(x) \cdot x \Rightarrow E(x) = -2x^2 + 18x$

$$G(x) = E(x) - K(x) \Rightarrow G(x) = -0,25x^3 + 12x - 12,5$$

c) $G'(x) = -0,75x^2 + 12 \quad \text{Wurzel ziehen ergibt } x_1 = 4 \text{ und } x_2 = -4 \notin D_{\text{ök}}$

$$G''(x) = -1,5x \quad G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0$$

$$G'(x) = 0 \quad G''(4) = -6 < 0 \Rightarrow \text{Max.} \quad x_{G\text{max}} = 4 \text{ ME}$$

$$0 = -0,75x^2 + 12 \quad | : (-0,75) \quad G(4) = 19,5 \text{ GE Gewinnmaximum}$$

$$0 = x^2 - 16 \quad | +16 \quad p(4) = 10 \text{ GE} \Rightarrow \text{Cournot'scher Punkt } C(4 | 10)$$

Bei 4 ME und einem Preis von 10 GE pro ME wird der maximale Gewinn von 19,5 GE erzielt.

4. Aufgabe

a) $G(x) = 0$

$$0 = -x^3 + 9x^2 - 2x - 48 \quad | : (-1)$$

$$0 = x^3 - 9x^2 + 2x + 48$$

$$\text{Polynomdivision mit } x_1 = 8 \text{ ergibt } 0 = x^2 - x - 6$$

$$p\text{-}q \text{ liefert } x_2 = 3 \text{ und } x_3 = -2 \notin D_{\text{ök}}$$

$$\text{Gewinnzone} = 8 - 3 = 5 \text{ ME}$$

Die Gewinnzone hat eine Größe von 5 ME.

b) $G(x) = -x^3 + 9x^2 - 2x - 48$

$G'(x) = -3x^2 + 18x - 2$

$G''(x) = -6x + 18$

$G'(x) = 0$

$0 = -3x^2 + 18x - 2 \mid : (-3)$

$0 = x^2 - 6x + \frac{2}{3}$

p-q liefert $x_1 = 5,9$ und $x_2 = 0,1$

$G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0$

$G''(5,9) = -17,4 < 0 \Rightarrow \text{Max. } x_{G_{\max}} = 5,9 \text{ ME}$

$G''(0,1) = +17,4 < 0 \Rightarrow \text{Min.}$

$G(5,9) = 48,1 \text{ GE Gewinnmaximum}$

Bei 5,9 ME wird das Gewinnmaximum von 48,1 GE erreicht.

c) $E(x) = p(x) \cdot x \mid : x$

$p(x) = E(x) : x$

$p(x) = -3x + 63$

$p(x) = 0$

$SM = 21 \text{ ME}$

$D_{\text{ök}} = [0; 21]$

oder

$E(x) = 0$

$0 = -3x^2 + 63x \mid : (-3)$

$0 = x^2 - 21x$

$0 = x(x - 21) \Rightarrow x_1 = 0 \text{ und } x_2 = 21$

also

$D_{\text{ök}} = [0; 21]$

Nullstellen sind die Grenzen des $D_{\text{ök}}$

d) $G(9) = -66 \text{ GE}$ Bei 9 ME macht man einen Verlust von 66 GE.

e) $G(x) = E(x) - K(x)$ umstellen in $K(x) = E(x) - G(x)$, daraus ergibt sich dann

$K(x) = x^3 - 12x^2 + 65x + 48$

$K(10) = 498 \text{ GE}$

Bei 10 ME entstehen Kosten in Höhe von 498 GE.