Lösungen L 17

<u>1. Aufgabe</u>
Gesucht: maximaler Flächeninhalt des rechteckigen Spielplatzes
Gesamter Umfang: 98 m Zaun + 2 m Tor = 100 m

1. $A = a \cdot b$ Hauptbedingung

2. $100 = 2a + 2b$ Nebenbedingung

3. $a = 50 - b$ Nebenbedingung umstellen

$a = 0$

$0 = 50 - b$ $D = [0;50]$ (für die Variable b, siehe Zielfunktion)

$b = 50$

4. $A(b) = (50 - b) \cdot b$

$A(b) = -b^2 + 50b$ Zielfunktion

5. $A'(b) = -2b + 50$

$A''(b) = -2$

$A'(b_E) = 0$

$0 = -2b + 50$

$b = 25$

$A'(b_E) = 0 \wedge A''(b_E) \neq 0$

$A''(25) = -2 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

6. $a = 50 - 25$

$a = 25$

7. $A = 25 \cdot 25$

$A = 625$

8. $A(0) = 0 < 625$

$A(50) = 0 < 625$

Der Spielplatz hat eine Länge und Breite von 25 m (quadratisch) und eine Fläche von 625 m².

<u>2. Aufgabe</u>
Rechteckiges Ackerland mit 6 km Umfang.

1. HB $A = a \cdot b$

2. NB $6 = 2a + 2b$

3. $6 - 2a = 2b$

$b = 3 - a$

$b = 0$ $D = [0;3]$

$a = 3$

4. $A(a) = a \cdot (3 - a)$

$A(a) = -a^2 + 3a$ **Zielfunktion**

5. $A'(a) = -2a + 3$

$A''(a) = -2$

$A'(a_E) = 0$

$0 = -2a + 3$

$a = 1{,}5$

$A'(a_E) = 0 \wedge A''(a_E) \neq 0$

$A''(1{,}5) = -2 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

6. $b = 3 - 1{,}5$ $\quad b = 1{,}5$

7. $A = 1{,}5 \cdot 1{,}5$ $\quad A = 2{,}25$

8. $A(0) = 0 < 2{,}25$ $\quad A(3) = 0 < 2{,}25$

Das Ackerland ist 1,5 km breit und 1,5 km lang und die maximale Fläche beträgt 2,25 km².

<u>3. Aufgabe</u>

1. HB $d = p(x) - k(x)$ d = Differenz; Funktionswerte = y-Werte

2. NB
$$p(x) = \frac{1}{10}x^2 - \frac{2}{5}x + 3$$
$$k(x) = -\frac{1}{10}x^2 + \frac{1}{6}x + 1$$

3. $D =]-\infty;+\infty[$

4. $$d(x) = \frac{1}{10}x^2 - \frac{2}{5}x + 3 - \left(-\frac{1}{10}x^2 + \frac{1}{6}x + 1\right)$$
$$d(x) = \frac{1}{5}x^2 - \frac{17}{30}x + 2$$ **Zielfunktion**

5.
$$d'(x) = \frac{2}{5}x - \frac{17}{30}$$
$$d''(x) = \frac{2}{5}$$
$$d'(x_E) = 0$$
$$0 = \frac{2}{5}x - \frac{17}{30}$$
$$x_E = \frac{17}{12}$$ oder 1,42
$$d'(x_E) = 0 \wedge d''(x_E) \neq 0$$
$$d''(1{,}42) = 0{,}4 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$$

6. $p(1{,}42) = 2{,}63$ $\quad k(1{,}42) = 1{,}04$ y-Werte

7. $d = 2{,}63 - 1{,}04$ $\quad d = 1{,}59$

Da hier keine Einschränkungen für den Definitionsbereich vorliegen, müssen auch keine Randextrema untersucht werden.
Die Parabel p(x) ist nach oben, k(x) nach unten geöffnet und es gibt keine Schnittpunkte.

Der geringste Abstand zwischen den beiden Funktionen beträgt 1,59 LE.

<u>4. Aufgabe</u>

1. HB $u = 2x + 2y$

2. NB $f(x) = -0{,}25x^2 + 4$

3. $f(x) = 0$

$x_1 = 4$ und $x_2 = -4$ nicht möglich $\Rightarrow D = [0;4]$

4. $u(x) = 2x + 2 \cdot (-0{,}25x^2 + 4)$

$u(x) = -0{,}5x^2 + 2x + 8$ **Zielfunktion**

5. $u'(x) = -x + 2$

$u''(x) = -1$

$u'(x_E) = 0$

$0 = -x + 2$

$x_E = 2$

$u'(x_E) = 0 \wedge u''(x_E) \neq 0$

$u''(2) = -1 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

6. $f(2) = 3$

7. $u = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3$

$u = 10$

8. $u(0) = 8 < 10$

$u(4) = 8 < 10$

Der Container ist 2 m lang, 3 m breit und hat einen Umfang von 10 m.