Lösungen L 13

1. Aufgabe

1. HB $A = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot y$ $\quad \frac{1}{2} \cdot x \cdot y$ für ein Dreieck und $2x$ da das Dreieck beidseitig der y-Achse ist

2. NB $f(x) = -0{,}3x^2 + 8{,}1$

3. $f(x) = 0$

$0 = -0{,}3x^2 + 8{,}1$

$x_1 = 5{,}2$ und $[x_2 = -5{,}2]$ => $D = [0;5{,}2]$

4. $A(x) = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot (-0{,}3x^2 + 8{,}1)$

$\boxed{A(x) = -0{,}3x^3 + 8{,}1x}$ **Zielfunktion**

5. $A'(x) = -0{,}9x^2 + 8{,}1$ $\quad A'(x) = 0 \wedge A''(x) \neq 0$

$A''(x) = -1{,}8x$

$0 = -0{,}9x^2 + 8{,}1$

$x_1 = 3$ und $[x_2 = -3]$

$A''(3) = -5{,}4 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

6. $f(3) = 5{,}4$ y-Wert

7. $A = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5{,}4$

$A = 16{,}2$

8. $A(0) = 0 < 16{,}2$

$A(5{,}2) = -0{,}1 < 16{,}2$

Das Dreieck hat eine Breite von 6 LE, eine Höhe von 5,4 LE und einen Flächeninhalt von 16,2 FE.

2. Aufgabe

1. HB $A = x \cdot y$

2. NB $f(x) = 1{,}5x^3 - 9x^2 + 48$

3. $f(x) = 0$

$0 = 1{,}5x^3 - 9x^2 + 48 \,|\, :1{,}5$

$0 = x^3 - 6x^2 + 0x + 32$

Polynomdivision mit $x_1 = 4$ ergibt $0 = x^2 - 2x - 8$

p-q liefert $x_2 = 4$ und $[x_3 = -2]$ => $D = [0;4]$

4. $A(x) = x \cdot (1{,}5x^3 - 9x^2 + 48)$

$\boxed{A(x) = 1{,}5x^4 - 9x^3 + 48x}$ **Zielfunktion**

5. $A'(x) = 6x^3 - 27x^2 + 48$ $\quad A'(x) = 0 \wedge A''(x) \neq 0$

$A''(x) = 18x^2 - 54x$

$0 = 6x^3 - 27x^2 + 48 \,|\, :6$

$0 = x^3 - 4{,}5x^2 + 0x + 8$

Polynomdivision mit $x_1 = 4$ ergibt $0 = x^2 - 0{,}5x - 2$

p-q liefert $x_2 = 1{,}7$ und $[x_3 = -1{,}2]$

$A''(4) = 72 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$

$A''(1{,}7) = -39{,}8 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

6. $f(1{,}7) = 29{,}4$ y-Wert

7. $A = 1{,}7 \cdot 29{,}4$

$A = 50$

8. $A(0) = 0 < 50$

$A(4) = 0 < 50$

Das Rechteck hat eine Breite von 1,7 LE, eine Höhe von 29,4 LE und einen Flächeninhalt von 50 FE.

3. Aufgabe

1. HB $V = a^2 \cdot h$

2. NB $90 = 8a + 4h$

3. $90 - 8a = 4h$

$\boxed{h = 22{,}5 - 2a}$

$h = 0$

$0 = 22{,}5 - 2a$ => $D = [0;11{,}25]$

$a = 11{,}25$

4. $V(a) = a^2 \cdot (22{,}5 - 2a)$

$\boxed{V(a) = -2a^3 + 22{,}5a^2}$ **Zielfunktion**

5. $V'(a) = -6a^2 + 45a$

$V''(a) = -12a + 45$

$V'(x) = 0 \wedge V''(x) \neq 0$

$0 = -6a^2 + 45a \,|: (-6)$

$0 = a^2 - 7{,}5a$

a ausklammern ergibt $a_1 = 0$ und $a_2 = 7{,}5$

$V''(0) = 45 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$

$V''(7{,}5) = -45 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

6. $h = 22{,}5 - 2 \cdot 7{,}5$

$h = 7{,}5$

7. $V = 7{,}5^2 \cdot 7{,}5$

$V = 421{,}9$

8. $V(0) = 0 < 421{,}9$

$V(11{,}25) = 0 < 421{,}9$

Die Säule hat eine Breite von a = 7,5 cm, eine Höhe von h = 7,5 cm und ein Volumen von 421,9cm³.

4. Aufgabe

1. HB $A = 3x \cdot y$

2. NB $42 = 3x + 3y$

3. $42 - 3x = 3y$

$\boxed{y = 14 - x}$

$y = 0$

$0 = 14 - x$ => $D = [0;14]$

$x = 14$

4. $A(x) = 3x \cdot (14 - x)$

$\boxed{A(x) = -3x^2 + 42x}$ **Zielfunktion**

5. $A'(x) = -6x + 42$

$A''(x) = -6$

$A'(x) = 0 \wedge A''(x) \neq 0$

$0 = -6x + 42$

$x = 7$

$A''(7) = -6 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

6. $y = 14 - 7$

$y = 7$

7. $A = 3 \cdot 7 \cdot 7$

$A = 147$

8. $A(0) = 0 < 147$

$A(14) = 0 < 147$

Die Parzellen sind 7 m breit und 7 m lang und der gesamte Flächeninhalt beträgt 147 m².