

Lösungen LGS 2017

1. Aufgabe

1.1

$$I \quad 6x - 2y = 12$$

$$II \quad x = 16 + 5y$$

II in I

$$6(16 + 5y) - 2y = 12$$

$$96 + 30y - 2y = 12$$

$$96 + 28y = 12 \quad | -96$$

$$28y = -84 \quad | :28$$

$$y = -3$$

y in II

$$x = 16 + 5 \cdot (-3)$$

$$x = 1$$

$$L = \{(1; -3)\}$$

1.2

$$I \quad 9x + 5y = -26 \quad | \cdot 3$$

$$II \quad 4x - 3y = -22 \quad | \cdot 5$$

$$I \quad 27x + 15y = -78$$

$$II \quad 20x - 15y = -110$$

I + II

$$47x = -188 \quad | :47$$

$$x = -4$$

x in I

$$9 \cdot (-4) + 5y = -26$$

$$-36 + 5y = -26 \quad | +36$$

$$5y = 10 \quad | :5$$

$$y = 2$$

$$L = \{(-4; 2)\}$$

1.3

$$I \quad y = -4x + 5$$

$$II \quad y = -2x - 15$$

I = II

$$-4x + 5 = -2x - 15 \quad | +2x - 5$$

$$-2x = -20 \quad | :(-2)$$

$$x = 10$$

x in I

$$y = -4 \cdot 10 + 5$$

$$y = -35$$

$$L = \{(10; -35)\}$$

1.4

$$\begin{array}{l} I \quad x - 2y + 3z = 2 \\ II \quad x - y + z = 2 \\ III \quad -2x + y - z = -3 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \cdot 3 \quad \left. \right\} +$$

$$\begin{array}{l} I \quad x - 2y + 3z = 2 \\ III \quad -6x + 3y - 3z = -9 \end{array} \quad \left. \right\} +$$

$$IV \quad -5x + y = -7$$

$$\text{IV } -5x + y = -7$$

$$\text{V } -x = -1$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$$x = 1$$

$$y = -2$$

$$z = -1$$

$$L = \{(1; -2; -1)\}$$

x in IV

$$-5 \cdot 1 + y = -7 \quad | +5$$

$$y = -2$$

x und y in II

$$1 - (-2) + z = 2 \quad | -3$$

$$z = -1$$

2. Aufgabe

Durch Eingabe der Koeffizienten in der jeweiligen Taschenrechnerfunktion (MODE EQN oder Menü A) erhält man sofort die Lösungen. Bei nicht vorhandenen Parametern muss im Taschenrechner diese Stelle mit einer Null belegt werden. Das Gleichheitszeichen ist die Enter-Taste.

2.1

TR:

$$L = \{(5; -7; 0)\}$$

2.2

TR:

$$L = \{(5,4; 15; 5,2)\}$$

$$\text{oder } L = \left\{ \left(\frac{27}{5}; 15; \frac{26}{5} \right) \right\}$$

3. Aufgabe

3.1

Reines Additionsverfahren

$$\begin{array}{l} \text{I} \quad 3x - 5y - z = 7 \\ \text{II} \quad 2x - 3y + 2z = -6 \\ \text{III} \quad 7x + 8y + z = 3 \\ \hline \text{IV} \quad 8x - 13y = 8 \\ \text{V} \quad 10x + 3y = 10 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \\ \\ \cdot (-5) \\ \cdot 4 \end{array} \right\} +$$

$$y = 0$$

$$x = 1$$

$$z = -4$$

$$L = \{(1; 0; -4)\}$$

$$\begin{array}{l} \text{I} \quad 6x - 10y - 2z = 14 \\ \text{II} \quad 2x - 3y + 2z = -6 \\ \hline \text{IV} \quad 8x - 13y = 8 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} +$$

direkt durch Addition, ohne Nebenrechnung

$$\begin{array}{l} \text{IV} \quad -40x + 65y = -40 \\ \text{V} \quad 40x + 12y = 40 \\ \hline \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} +$$

$$77y = 0 \quad | :77$$

$$y = 0$$

y in IV

$$8x - 13 \cdot 0 = 8$$

$$8x = 8 \quad | :8$$

$$x = 1$$

x und y in III

$$7 \cdot 1 + 8 \cdot 0 + z = 3$$

$$7 + z = 3 \quad | -7$$

$$z = -4$$

Mischung aus Additionsverfahren und Gauß'schem Eliminationsverfahren

I	$3x - 5y - z = 7$	$I \cdot 2 + II \Rightarrow IV \quad 8x - 13y = 8$
II	$2x - 3y + 2z = -6$	
III	$7x + 8y + z = 3$	$I + II \Rightarrow V \quad 10x + 3y = 10$
IV	$8x - 13y = 8$	$IV \cdot 5 - V \cdot 4 \Rightarrow y \quad -77y = 0 \Rightarrow y = 0$
V	$10x + 3y = 10$	

$$y = 0$$

$$x = 1$$

$$z = -4$$

$$L = \{(1; 0; -4)\}$$

$$y \text{ in IV } 8x - 13 \cdot 0 = 8 \Rightarrow x = 1$$

$$x \text{ und } y \text{ in III } 7 \cdot 1 + 8 \cdot 0 + z = 3 \Rightarrow z = -4$$

Reines Gauß'sches Eliminationsverfahren

	x	y	z		
I	3	-5	-1	7	
II	2	-3	2	-6	$II \cdot 3 - I \cdot 2$
III	7	8	1	3	$III \cdot 3 - I \cdot 7$

I	3	-5	-1	7	
II	0	1	8	-32	
III	0	59	10	-40	$III - II \cdot 59$

I	3	-5	-1	7	
II	0	1	8	-32	
III	0	0	-462	1848	

$$-462z = 1848 \quad | : (-462)$$

$$z = -4$$

$$z = -4$$

$$y = 0$$

$$z \text{ in II (letzte Matrix)}$$

$$y + 8 \cdot (-4) = -32 \quad | + 32$$

$$y = 0$$

$$x = 1$$

$$L = \{(1; 0; -4)\}$$

$$y \text{ und } z \text{ in I (letzte Matrix)}$$

$$3x - 5 \cdot 0 - (-4) = 7 \quad | - 4$$

$$3x = 3 \quad | : 3$$

$$x = 1$$

3.2

$$\text{I} \quad x - 2y = -3$$

$$\text{II} \quad 3x - 2z = 7$$

$$\text{III} \quad 2y + z = -3$$

$$\text{IV} \quad x + z = -6$$

$$\text{II} \quad 3x - 2z = 7$$

$$x = -1$$

$$z = -5$$

$$y = 1$$

$$L = \{(-1; 1; -5)\}$$

$$\text{I} + \text{III} \Rightarrow \text{IV} \quad x + z = -6$$

$$\text{IV} \cdot 2 + \text{II} \Rightarrow x - 5x = -5 \Rightarrow x = -1$$

$$x \text{ in IV} \quad -1 + z = -6 \Rightarrow z = -5$$

$$x \text{ in I} \quad -1 - 2y = -3 \Rightarrow y = 1$$

3.3

$$\text{I} \quad a + b + c + d = 0$$

$$\text{II} \quad 2a - 3b - 2c + d = -1$$

$$\text{III} \quad -a + 4b + c - d = 7$$

$$\text{IV} \quad 3a - 2b - 3c - 3d = -3$$

$$\text{V} \quad 5b + 2c = 7$$

$$\text{VI} \quad a + b - c = 6$$

$$\text{VII} \quad 6a + b = -3$$

$$\text{VIII} \quad 2a + 7b = 19$$

$$\text{VII} \quad 6a + b = -3$$

$$b = 3$$

$$a = -1$$

$$c = -4$$

$$d = 2$$

$$L = \{(-1; 3; -4; 2)\}$$

$$\text{I} + \text{III} \Rightarrow \text{V} \quad 5b + 2c = 7$$

$$\text{II} + \text{III} \Rightarrow \text{VI} \quad a + b - c = 6$$

$$\text{I} \cdot 3 + \text{IV} \Rightarrow \text{VII} \quad 6a + b = -3$$

$$\text{V} + \text{VI} \cdot 2 \Rightarrow \text{VIII} \quad 2a + 7b = 19$$

$$\text{VIII} \cdot 3 - \text{VII} \Rightarrow b \quad 20b = 60 \Rightarrow b = 3$$

$$b \text{ in VII} \quad 6a + 3 = -3 \Rightarrow a = -1$$

$$a \text{ und } b \text{ in VI} \quad -1 + 3 - c = 6 \Rightarrow c = -4$$

$$a, b \text{ und } c \text{ in I} \quad -1 + 3 - 4 + d = 0 \Rightarrow d = 2$$

4. Aufgabe

4.1 $x =$ Sechser-Gondeln; $y =$ Achter-Gondeln

$$\text{I} \quad x + y = 86$$

$$\text{II} \quad 6x + 8y = 586$$

$$\text{TR:} \quad x = 51 \text{ und } y = 35$$

Es gibt 51 Sechser-Gondeln und 35 Achter-Gondeln.

4.2 $x =$ rote; $y =$ blaue; $z =$ durchsichtige Rutschen

$$\text{I} \quad x + y + z = 7$$

$$\text{II} \quad 50x + 90y + 120z = 580$$

$$\text{III} \quad 10x + 20y + 30z = 130$$

$$\text{TR:} \quad x = 2; y = 4 \text{ und } z = 1$$

Es gibt in dem Bad 2 rote Rutschen, 4 blaue Rutschen und eine durchsichtige Rutsche.