Lösungen K 14

1. Aufgabe

a)

1. HB $S = f(x) + g(x)$ Funktionswerte = y-Werte

2. NB $f(x) = -0{,}5x^2 + 2$

$g(x) = x^2 - 2x + 2$

3. $D = [0;4]$

4. $S(x) = -0{,}5x^2 + 2 + x^2 - 2x + 2$

$\boxed{S(x) = 0{,}5x^2 - 2x + 4}$ **Zielfunktion**

5. $S'(x) = x - 2$

$S''(x) = 1$

$S'(x) = 0 \wedge S''(x) \neq 0$

$0 = x - 2$

$x = 2$

$S''(2) = 1 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$

6. $f(2) = 0$

$g(2) = 2$ y-Werte

7. $S = 0 + 2$

$S = 2$

8. $S(0) = 4 > 2$

$S(4) = 4 > 2$

Der gesuchte x-Wert lautet 2, die y-Werte sind 0 und 2 und die minimale Summe ist 2.

b)

1. HB $D = f(x) - g(x)$ Funktionswerte = y-Werte

2. NB $f(x) = -0{,}5x^2 + 2$

$g(x) = x^2 - 2x + 2$

3. $D = [0;4]$

4. $D(x) = -0{,}5x^2 + 2 - (x^2 - 2x + 2)$

$\boxed{D(x) = -1{,}5x^2 + 2x}$ **Zielfunktion**

5. $D'(x) = -3x + 2$

$D''(x) = -3$

$D'(x) = 0 \wedge D''(x) \neq 0$

$0 = -3x + 2$

$x = \frac{2}{3}$ oder 0,7

$D''(0{,}7) = -3 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

6. $f(0{,}7) = 1{,}8$

$g(0{,}7) = 1{,}1$ y-Werte

7. $D = 1{,}8 - 1{,}1$

$D = 0{,}7$

8. $D(0) = 0 < 0{,}7$

$D(4) = -16 < 0{,}7$

Der gesuchte x-Wert lautet 0,7, die y-Werte sind 1,8 und 1,1 und die maximale Differenz ist 0,7.

<u>2. Aufgabe</u>

1. HB $A = x \cdot y$

2. NB $f(x) = 1{,}5x^3 - 9x^2 + 48$

3. $f(x) = 0$

$0 = 1{,}5x^3 - 9x^2 + 48 \,|\, :1{,}5$

$0 = x^3 - 6x^2 + 0x + 32$

Polynomdivision mit $x_1 = 4$ ergibt $0 = x^2 - 2x - 8$

p-q liefert $x_2 = 4$ und $[x_3 = -2]$ => $D = [0;4]$

4. $A(x) = x \cdot (1{,}5x^3 - 9x^2 + 48)$

$\boxed{A(x) = 1{,}5x^4 - 9x^3 + 48x}$ **Zielfunktion**

5. $A'(x) = 6x^3 - 27x^2 + 48$

$A''(x) = 18x^2 - 54x$

$A'(x) = 0 \wedge A''(x) \neq 0$

$0 = 6x^3 - 27x^2 + 48 \,|\, :6$

$0 = x^3 - 4{,}5x^2 + 0x + 8$

Polynomdivision mit $x_1 = 4$ ergibt $0 = x^2 - 0{,}5x - 2$

p-q liefert $x_2 = 1{,}7$ und $[x_3 = -1{,}2]$

$A''(4) = 72 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$

$A''(1{,}7) = -39{,}8 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

6. $f(1{,}7) = 29{,}4$ y-Wert

7. $A = 1{,}7 \cdot 29{,}4$

$A = 50$

8. $A(0) = 0 < 50$

$A(4) = 0 < 50$

Das Rechteck hat eine Breite von 1,7 LE, eine Höhe von 29,4 LE und einen Flächeninhalt von 50 FE.

<u>3. Aufgabe</u>

1. HB $A = 0{,}5\pi \cdot x^2 + 2x \cdot y$ Querschnitt = Fläche; Halbkreis + Rechteck (Radius x, Breite 2x, Höhe y)

2. NB $5 = \pi \cdot x + 2x + 2y$

3. $5 - \pi \cdot x - 2x = 2y$

$\boxed{y = 2{,}5 - 0{,}5\pi \cdot x - x}$

$y = 0$

$0 = 2{,}5 - 0{,}5\pi \cdot x - x$ => $D = [0;1]$

$x = 1$

4. $A(x) = 0{,}5\pi \cdot x^2 + 2x \cdot (2{,}5 - 0{,}5\pi \cdot x - x)$

$\boxed{A(x) = -0{,}5\pi \cdot x^2 - 2x^2 + 5x}$ **Zielfunktion**

5. $A'(x) = -\pi \cdot x - 4x + 5$

$A''(x) = -\pi - 4$

$A'(x) = 0 \wedge A''(x) \neq 0$

$0 = -\pi \cdot x - 4x + 5 \,|\, + 4x + \pi \cdot x$

$4x + \pi \cdot x = 5$

$x(4 + \pi) = 5 \,|\, :(4 + \pi)$

$x = 0{,}7$

$A''(0{,}7) = -7{,}1 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

6. $y = 2{,}5 - 0{,}5\pi \cdot 0{,}7 - 0{,}7$

$y = 0{,}7$

7. $A = 0{,}5\pi \cdot 0{,}7^2 + 2 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}7$

$A = 1{,}7$

8. $A(0) = 0 < 1{,}7$

$A(1) = 1{,}4 < 1{,}7$

Der Abwasserkanal hat eine Breite von 1,4 m, eine Höhe von 0,7 m außen und 1,4 m in der Mitte und einen Querschnitt von 1,7 m².

<u>4. Aufgabe</u>

1. HB $V = a^2 \cdot h$

2. NB $90 = 8a + 4h$

3. $90 - 8a = 4h$

$\boxed{h = 22{,}5 - 2a}$

$h = 0$

$0 = 22{,}5 - 2a$ => $D = [0;11{,}25]$

$a = 11{,}25$

4. $V(a) = a^2 \cdot (22{,}5 - 2a)$

$\boxed{V(a) = -2a^3 + 22{,}5a^2}$ **Zielfunktion**

5. $V'(a) = -6a^2 + 45a$ $V'(x) = 0 \wedge V''(x) \neq 0$

$V''(a) = -12a + 45$

$0 = -6a^2 + 45a \,|\, :(-6)$

$0 = a^2 - 7{,}5a$ a ausklammern ergibt $a_1 = 0$ und $a_2 = 7{,}5$

$V''(0) = 45 > 0 \Rightarrow \text{Min.}$

$V''(7{,}5) = -45 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

6. $h = 22{,}5 - 2 \cdot 7{,}5$

$h = 7{,}5$

7. $V = 7{,}5^2 \cdot 7{,}5$

$V = 421{,}9$

8. $V(0) = 0 < 421{,}9$

$V(11{,}25) = 0 < 421{,}9$

Die Säule hat eine Breite von a = 7,5 cm, eine Höhe von h = 7,5 cm und ein Volumen von 421,9cm³.

<u>5. Aufgabe</u>

Rechteckiges Ackerland mit 6 km Umfang.

1. HB $A = x \cdot y$

2. NB $6 = 2x + 2y$

3. $6 - 2x = 2y$

$\boxed{y = 3 - x}$

$y = 0$

$0 = 3 - x$ => $D = [0;3]$

$x = 3$

4. $A(x) = x \cdot (3 - x)$

$\boxed{A(x) = -x^2 + 3x}$ **Zielfunktion**

5. $A'(x) = -2x + 3$ $A'(x) = 0 \wedge A''(x) \neq 0$

$A''(x) = -2$

$0 = -2x + 3$

$x = 1{,}5$

$A''(1{,}5) = -2 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$

6. $y = 3 - 1{,}5$

$y = 1{,}5$

7. $A = 1{,}5 \cdot 1{,}5$

$A = 2{,}25$

8. $A(0) = 0 < 2{,}25$

$A(3) = 0 < 2{,}25$

Das Ackerland ist 1,5 km breit und 1,5 km lang und der Flächeninhalt beträgt 2,25 km².