Lösungen J 12

Aufgabe 1

① HB: $A = \frac{1}{2} x \cdot y$

② NB: $f(x) = -0{,}5x^3 - 1{,}5x^2 + 2$

③ $f(x) = 0$

$0 = -0{,}5x^3 - 1{,}5x^2 + 2 \quad |:(-0{,}5)$

$0 = x^3 + 3x^2 - 4 \qquad \boxed{x_1 = -2}$

$(x^3 + 3x^2 + 0x - 4) : (x+2) = x^2 + 1x - 2$
$-(x^3 + 2x^2)$
$1x^2 + 0x$
$-(1x^2 + 2x)$
$-2x - 4$
$-(-2x - 4)$
0

$x^2 + 1x - 2 = 0$

$x_{2/3} = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 2}$

$x_2 = 1$

$\boxed{x_3 = -2}$

$\mathbb{D} = [0; 1]$

④ $A(x) = \frac{1}{2} x \cdot (-0{,}5x^3 - 1{,}5x^2 + 2)$

$\underline{A(x) = -\frac{1}{4}x^4 - 0{,}75x^3 + 1x}$ Zf.

⑤ $A'(x) = -x^3 - 2{,}25x^2 + 1$

$A''(x) = -3x^2 - 4{,}5x$

$A'(x) = 0$ und $A''(x) \neq 0$

$0 = -x^3 - 2{,}25x^2 + 1 \quad |:(-1)$

$0 = x^3 + 2{,}25x^2 - 1 \qquad \boxed{x_1 = -2}$

$(x^3 + 2{,}25x^2 + 0x - 1) : (x+2) = x^2 + 0{,}25x - 0{,}5$
$-(x^3 + 2x^2)$
$0{,}25x^2 + 0x$
$-(0{,}25x^2 + 0{,}5x)$
$-0{,}5x - 1$
$-(-0{,}5x - 1)$
0

$x^2 + 0{,}25x - 0{,}5 = 0$

$x_{2/3} = -0{,}125 \pm \sqrt{(0{,}125)^2 + 0{,}5}$

$x_2 = 0{,}6$

$\boxed{x_3 = -0{,}8}$

$A''(0{,}6) = -3{,}78 < 0 \Rightarrow Max$

⑥ $f(0{,}6) = 1{,}4$

⑦ $A = \frac{1}{2} \cdot 0{,}6 \cdot 1{,}4$

$A = 0{,}42$ FE oder $0{,}4$ FE

⑧ $A(0) = 0 < 0{,}4$

$A(1) = 0 < 0{,}4$

Das Dreieck ist 0,6 Längeneinheiten (LE) breit und 1,4 LE hoch. Es besitzt einen Flächeninhalt von 0,4 FE.

Aufgabe 2

① HB: $u = 2x + 2y$

② NB: $f(x) = -x^2 + 12{,}25$

③ $f(x) = 0$

$0 = -x^2 + 12{,}25$

$x^2 = 12{,}25 \quad | \sqrt{\ }$

$x_1 = 3{,}5$

$[x_2 = -3{,}5]$

$\mathbb{D} = [0; 3{,}5]$

④ $u(x) = 2x + 2 \cdot (-x^2 + 12{,}25)$

$u(x) = 2x - 2x^2 + 24{,}5$

$\underline{u(x) = -2x^2 + 2x + 24{,}5}$ Zf.

⑤ $u'(x) = -4x + 2$

$u''(x) = -4$

$u'(x) = 0$ und $u''(x) \neq 0$

$0 = -4x + 2$

$4x = 2$

$\underline{\underline{x = 0{,}5 \text{ LE}}}$

$u''(0{,}5) = -4 < 0 \Rightarrow Max.$

⑥ $\underline{\underline{f(0{,}5) = 12 \text{ LE}}}$

⑦ $u = 2 \cdot 0{,}5 + 2 \cdot 12$

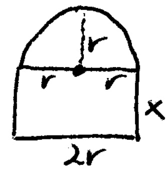
$\underline{\underline{u = 25 \text{ LE}}}$

⑧ $u(0) = 24{,}5 < 25$

$u(3{,}5) = 7 < 25$

Aufgabe 3

③ J12



$A_{Kreis} = \pi r^2$

$u_{Kreis} = 2\pi r$

① HB: $2r \cdot x + \frac{1}{2}\pi r^2 = A$

② NB: $2x + 2r + \pi r = 5$

③
$$2x = 5 - 2r - \pi r$$
$$x = 2{,}5 - r - \frac{1}{2}\pi r \quad (x=0)$$
$$0 = 2{,}5 - r - \frac{1}{2}\pi r$$
$$r + \frac{1}{2}\pi r = 2{,}5$$
$$r(1 + \tfrac{1}{2}\pi) = 2{,}5 \quad |:(1+\tfrac{1}{2}\pi)$$
$$r = \frac{2{,}5}{1+\frac{1}{2}\pi}$$
$$r = 1{,}6 \qquad \mathbb{D} = [0; 1{,}6]$$

④
$$A(r) = 2r \cdot (2{,}5 - r - \tfrac{1}{2}\pi r) + \tfrac{1}{2}\pi r^2$$
$$A(r) = 5r - 2r^2 - \pi r^2 + \tfrac{1}{2}\pi r^2$$
$$A(r) = -2r^2 - \tfrac{1}{2}\pi r^2 + 5r \qquad \pi \text{ ersetzen durch } 3{,}14$$
$$\underline{A(r) = -3{,}6r^2 + 5r} \qquad \text{ZF}$$

⑤
$$A'(r) = -7{,}2r + 5 \qquad A'(r) = 0 \text{ und } A''(r) \neq 0$$
$$A''(r) = -7{,}2$$
$$0 = -7{,}2r + 5$$
$$7{,}2r = 5 \qquad A''(0{,}7) = -7{,}2 < 0 \Rightarrow \text{Max.}$$
$$\underline{r = 0{,}7\,m}$$

⑥
$$x = 2{,}5 - 0{,}7 - \tfrac{1}{2}\pi \cdot 0{,}7$$
$$\underline{x = 0{,}7\,m}$$

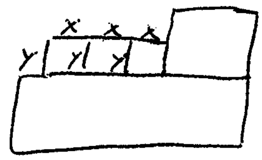
⑦
$$A = 2 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}7 + \tfrac{1}{2}\pi \cdot 0{,}7^2$$
$$\underline{A = 1{,}7\,m^2}$$

Der Kanal ist 1,4m breit, außen 0,7m hoch, in der Mitte 1,4m hoch und hat einen Querschnitt von 1,7m².

⑧
$$A(0) = 0 < 1{,}7$$
$$A(1{,}6) = -1{,}2 < 1{,}7$$

④ $\frac{8}{12}$

Aufgabe 4



① HB: $A = 3x \cdot y$

② NB: $42 = 3x + 3y \quad | -3x$

③ $42 - 3x = 3y \quad | :3$

$14 - x = y$

$(y = 0)$

$14 - x = 0$

$14 = x$ $\quad \mathbb{D} = [0; 14]$

④ $A(x) = 3x \cdot (14 - x)$

$A(x) = 42x - 3x^2$

$A(x) = -3x^2 + 42x$ ZF

⑤ $A'(x) = -6x + 42$

$A''(x) = -6$

$A'(x) = 0$ und $A''(x) \neq 0$

$0 = -6x + 42$

$6x = 42$

$x = 7\,m$

$A''(7) = -6 < 0 \Rightarrow$ Max.

⑥ $y = 14 - 7$

$y = 7\,m$

⑦ $A = 3 \cdot 7 \cdot 7$

$A = 147\,m^2$

⑧ $A(0) = 0 < 147$

$A(14) = 0 < 147$

Die einzelne Parzelle ist 7m lang und 7m breit.