Lösungen H 17

Erweiterte Grundlagen zu G 17

zu Aufgabe 1

g) $f(x_N) = 0$

$0 = x^3 + 9x^2 + 27x + 28$ Polynomdivision/Horner Schema mit $x_1 = -4$ ergibt

$0 = x^2 + 5x + 7$ pq-Formel ergibt eine negative Wurzel $x_{2/3} = \text{n.l.}$

$S_x(-4|0)$

h) $f'(x) = 3x^2 + 18x + 27$

$f''(x) = 6x + 18$

$f'''(x) = 6$

$f'(x_E) = 0$ $\quad$ $f'(x_E) = 0 \wedge f''(x_E) \neq 0$

$0 = 3x^2 + 18x + 27 |: 3$ $\quad$ $f''(-3) = 0 = 0 \Rightarrow \text{Sattelpunkt}$ $\quad$ $f(-3) = 1$ $\quad$ $Sp(-3|1)$

$0 = x^2 + 6x + 9$

pq-Formel ergibt $x_{E1/2} = -3$

$f''(x_W) = 0$ $\quad$ $f''(x_W) = 0 \wedge f'''(x_W) \neq 0$

$0 = 6x + 18$ $\quad$ $f'''(-3) = 6 > 0 \Rightarrow R - L - K$ $\quad$ $f(-3) = 1$ $\quad$ $W_{R-L}(-3|1)$

$x_W = -3$

i) $f(x) = t(x)$

$x^3 + 9x^2 + 27x + 28 = 3x + 12 | -3x - 12$

$x^3 + 9x^2 + 24x + 16 = 0$

TR: $x_{1/2} = -4$ $\quad$ $f(-4) = 0$ $\quad$ $S_{1/2}(-4|0)$

$x_3 = -1$ $\quad$ $f(-1) = 9$ $\quad$ $S_3(-1|9)$

zu Aufgabe 2

c) $M_1 =]-\infty;-2]$ monoton fallend

$M_2 = [-2;1]$ monoton steigend

$M_3 = [1;3]$ monoton fallend

$M_4 = [3;+\infty[$ monoton steigend

d) Die Ausgangsfunktion ist 4. Grades und weist keine Symmetrie auf.
Die Funktion f(x) ist achsensymmetrisch und kommt deshalb nicht in Frage.
Die Funktion g(x) ist 3. Grades und scheidet deshalb aus.

zu Aufgabe 3

f) $f_a(x) = 0{,}5x^2 - 0{,}5ax + 2$

$f_a'(x) = x - 0{,}5a$

$f_a''(x) = 1$

$f_a'(x_E) = 0$ $\qquad$ $f_a'(x_E) = 0 \wedge f_a''(x_E) \neq 0$ $\qquad$ Stelle = x-Wert (kein y-Wert nötig)

$0 = x - 0{,}5a$ $\qquad$ $f_a''(0{,}5a) = 1 > 0 \Rightarrow T$

$x_E = 0{,}5a$

g) $t(x_1) = t(x_2)$

$1{,}5x - 6 = -1{,}5x + 1{,}5$

$x = 2{,}5$ $\qquad$ $t(2{,}5) = -2{,}25$ $\qquad$ $S_t(2{,}5|-2{,}25)$

h) $n(x_1) = n(x_2)$

$-\frac{2}{3}x + \frac{8}{3} = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$

$x = 2{,}5$ $\qquad$ $n(2{,}5) = 1$ $\qquad$ $S_n(2{,}5|1)$

<u>zu Aufgabe 4</u>

e) $f_1(x) = \frac{1}{8}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x$ $\qquad$ $f_2(x) = \frac{1}{8}x^3 + x^2 - 3x$

$f_1(x) = f_2(x)$

$\frac{1}{8}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x = \frac{1}{8}x^3 + x^2 - 3x$ umformen

$0 = 0{,}5x^2 - 1{,}5x$

TR: $x_1 = 0$ $\qquad$ $f_2(0) = 0$ $\qquad$ $S_1(0|0)$

$x_2 = 3$ $\qquad$ $f_2(3) = 3{,}375 \approx 3{,}38$ $\qquad$ $S_2(3|3{,}38)$

Hohe Anforderungen zu G 17

<u>zu Aufgabe 1</u>

g) $m_1 \cdot m_2 = -1$

$m_1 = 3$

$m_2 = -\frac{1}{3}$

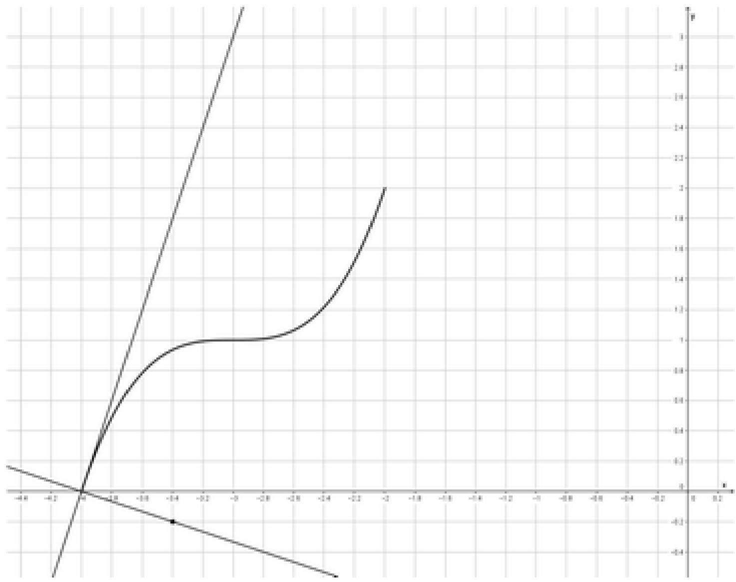
$S_{x1}(4|0)$

$n(x) = m \cdot x + b$

$0 = -\frac{1}{3} \cdot (-4) + b$

$b = -\frac{4}{3}$

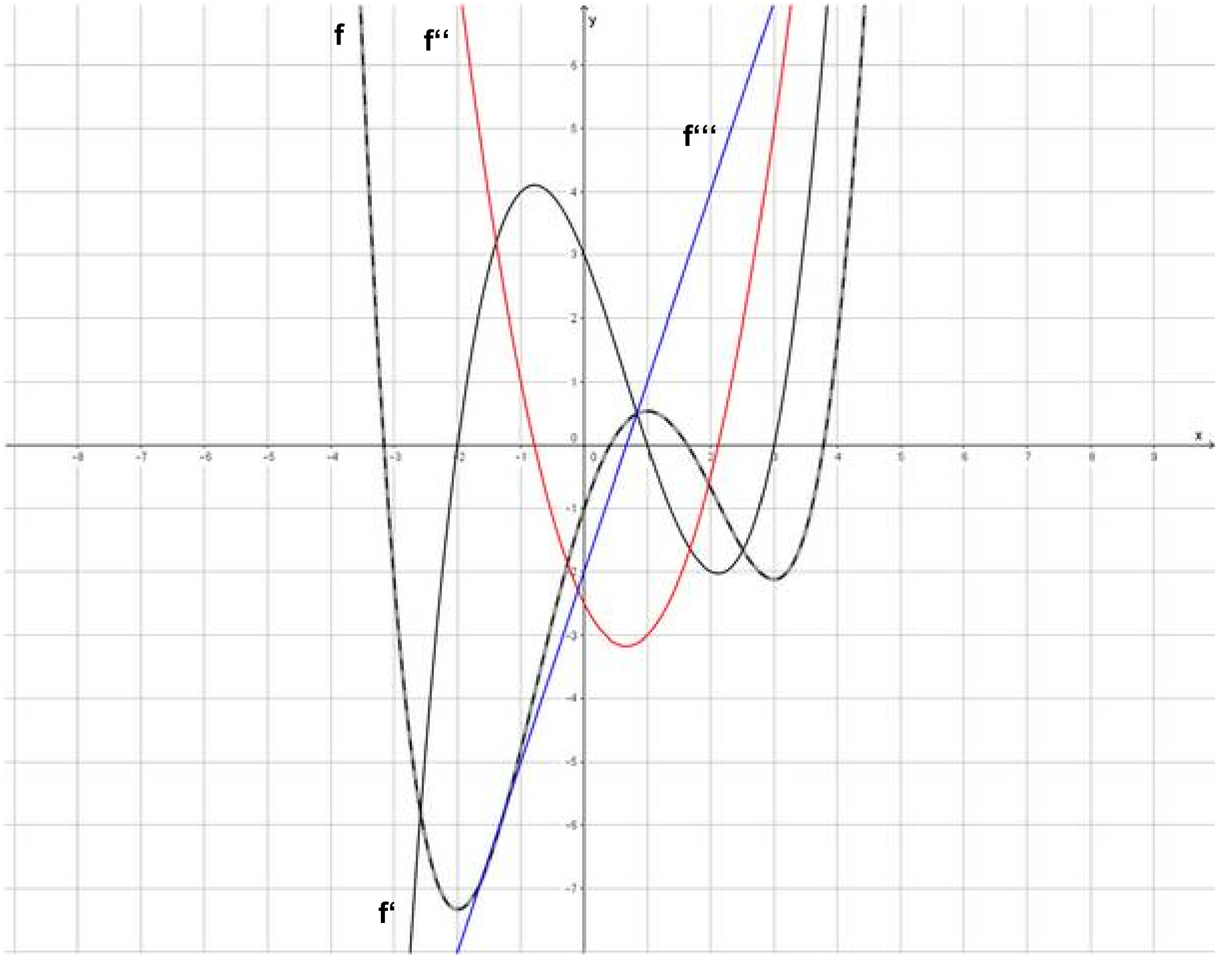
$n(x) = -\frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$



Die Normale ist eine fallende Gerade. Der Graph von f(x) ist nur monoton steigend. Deshalb kann es nur einen gemeinsamen Schnittpunkt geben.

zu Aufgabe 2

c)

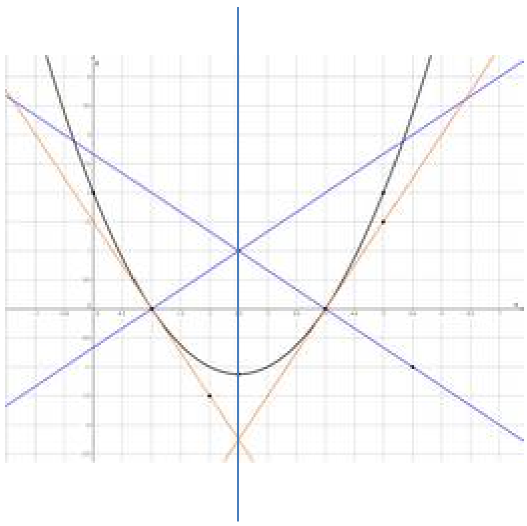


d) Betrachtung für $x \to \pm\infty$: Das Steigungsverhalten im Unendlichen wird betrachtet.
Ist der Grad der Funktion gerade (x^4 und x^2) verlaufen die Graphen von oben nach oben.
Ist der Grad der Funktion ungerade (x^3 und x^1), verlaufen die Graphen von unten nach oben.
Alle Graphen gehen für $x \to +\infty$ nach oben.

zu Aufgabe 3

f) Die Schnittpunkte der Tangenten und Normalen liegen auf der Scheitelachse der Parabel, da diese auch die Spiegelachse ist.

Zeichnung nicht gefordert, nur zur Verdeutlichung!



zu Aufgabe 4

f) $S_1(0|0)$ $S_2(3|3{,}38)$ $f_t(x)=\frac{1}{8}x^3+\frac{1}{2}tx^2-\frac{3}{2}tx$

Punktprobe!

$f_t(0)=\frac{1}{8}\cdot 0^3+\frac{1}{2}t\cdot 0^2-\frac{3}{2}t\cdot 0$ Alles wird 0.

$f_t(0)=0$ stimmt

$f_t(3)=\frac{1}{8}\cdot 3^3+\frac{1}{2}t\cdot 3^2-\frac{3}{2}t\cdot 3$

$f_t(3)=\frac{27}{8}+\frac{9}{2}t-\frac{9}{2}t$ Der Ausdruck mit t hebt sich auf.

$f_t(3)=\frac{27}{8}$ stimmt

g) $f_t(x)=\frac{1}{8}x^3+\frac{1}{2}tx^2-\frac{3}{2}tx$

$f_t'(x)=\frac{3}{8}x^2+tx-\frac{3}{2}t$

$f_t''(x)=\frac{3}{4}x+t$

$f_t'''(x)=\frac{3}{4}$

$f_t''(x_W)=0$ $f_t''(x_W)=0\wedge f_t'''(x_W)\neq 0$

$0=\frac{3}{4}x+t$ $f_t'''\left(-\frac{4}{3}t\right)=\frac{3}{4}>0\Rightarrow R-L-K$ Beweis des Wendepunktes

$x_W=-\frac{4}{3}t$ y-Wert nicht nötig

$f'(x)=m$ mit $m=-1{,}5$ und $x_W=-\frac{4}{3}t$

$f_t'(x)=\frac{3}{8}x^2+tx-\frac{3}{2}t$

$-1{,}5=\frac{3}{8}\left(-\frac{4}{3}t\right)^2+t\left(-\frac{4}{3}t\right)-\frac{3}{2}t$

$-1{,}5=\frac{2}{3}t^2-\frac{4}{3}t^2-\frac{3}{2}t \quad |+1{,}5$

$0=-\frac{2}{3}t^2-\frac{3}{2}t+1{,}5 \quad \Big|:\left(-\frac{2}{3}\right)$

$0=t^2+\frac{9}{4}t-\frac{9}{4}$ pq-Formel ergibt

$t_1=\frac{3}{4}$ und $t_2=-3$