Lösungen zu AB (J)

1.) a) $f(t) = c \cdot a^t$

$c = 6$

$a = 1{,}01$

$f(t) = 6 \cdot 1{,}01^t$

$f(11) = 6{,}694$

$f(31) = 8{,}168$

Im Jahr 2010 sind es 6,694 Mrd. und 2030 sind es 8,168 Mrd. Menschen.

b) $f(t) = 7$

$7 = 6 \cdot 1{,}01^t \quad | :6$

$\frac{7}{6} = 1{,}01^t \quad | \text{Log}$

$\log \frac{7}{6} = t \cdot \log 1{,}01 \quad | : \log 1{,}01$

$\frac{\log \frac{7}{6}}{\log 1{,}01} = t \quad \Rightarrow \quad t = 15{,}492$

$1999 + 15{,}492 = 2014{,}492$

Ab dem Jahr 2015 gibt es mehr als 7 Mrd. Menschen.

c) $c = 8{,}168 \qquad a = 0{,}995$

$f(20) = 8{,}168 \cdot 0{,}995^{20}$

$= 7{,}389$

Es gäbe dann 7,389 Mrd. Menschen.

2.) a) heute $t=0$ vor zwei Jahren $t=-2$

$c = 30.000$ $f(-2) = 90.000$

$\Rightarrow \quad 90.000 = 30.000 \cdot a^{-2} \quad | : 30.000$

$3 = a^{-2} \quad | \sqrt[-2]{\ }$

$\sqrt[-2]{3} = a$

$0{,}577 = a$

also $\underline{f(t) = 30.000 \cdot 0{,}577^t}$

(Hier ist kein Antwortsatz nötig.)

b) $f(7) = 30.000 \cdot 0{,}577^7$

$= 638{,}781$

In 7 Jahren sind nur noch 638 Schafe vorhanden.

c) $1 = 30.000 \cdot 0{,}577^t$

$\frac{1}{30.000} = 0{,}577^t \quad | \text{Log}$

$\log \frac{1}{30.000} = t \cdot \log 0{,}577 \quad | : \log 0{,}577$

$\frac{\log \frac{1}{30.000}}{\log 0{,}577} = t$

$18{,}747 = t$

Antwort →

2.) c) Das letzte Schaf wird in 19 Jahren geschlachtet sein.

3.) a) $c = 20$

ein paar Jahre $= x$ mit $f(x) = 160$

wiedrum zwei Jahre später $= x+2$ mit $f(x+2) = 640$

$f(x) = c \cdot a^x$

$160 = 20 \cdot a^x \quad | :20 \Rightarrow 8 = a^x$

$640 = 20 \cdot a^{x+2} \quad | :20 \Rightarrow 32 = a^{x+2}$

$a^{x+2} = a^x \cdot a^2$

also $32 = a^x \cdot a^2$

Da die andere Gleichung bereits mit $8 = a^x$ aufgelöst ist, ergibt sich nun aus

$a^x \cdot a^2 = 32$ mit $8 = a^x$

$8 \cdot a^2 = 32 \quad | :8$

$a^2 = 4 \quad | \sqrt{\ }$

$a = 2$

[$x = 3$, $x+2 = 5$ waren nicht gefragt]

$\Rightarrow \underline{f(x) = 20 \cdot 2^x}$

b) $f(1) = 20 \cdot 2^1$
$= 40$

Nach einem Jahr gibt es 40 Sträucher.

c) 640 Sträucher = Hälfte der Schonung

$\Rightarrow$ 1280 " = ganze Schonung

$1280 = 20 \cdot 2^x \quad | :20$

$64 = 2^x \quad | \log$

$\log 64 = x \cdot \log 2 \quad | :\log 2$

$\frac{\log 64}{\log 2} = x$

$\underline{6 = x}$

Die Schonung ist nach 6 Jahren voll.

4.) a)

Medikament A

$12h = \frac{1}{2}$ Tag 432 mg

1 Tag 388,8 mg

$f(x) = c \cdot a^x$

$\text{I} \quad 432 = c \cdot a^{\frac{1}{2}}$

$\text{II} \quad 388{,}8 = c \cdot a^1$

$\frac{388{,}8}{a^1} = c$

einsetzen in I ergibt

$432 = \frac{388{,}8}{a^1} \cdot a^{\frac{1}{2}}$

$432 = 388{,}8 \cdot \frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^1}$

$a^{\frac{1}{2}} : a^1 = a^{\frac{1}{2}-1} = a^{-\frac{1}{2}}$

also

$432 = 388{,}8 \cdot a^{-\frac{1}{2}} \quad | : 388{,}8$

$\frac{432}{388{,}8} = a^{-\frac{1}{2}} \quad | \sqrt[-\frac{1}{2}]{}$

$0{,}81 = a$

einsetzen in II

$388{,}8 = c \cdot 0{,}81^1 \quad | : 0{,}81$

$480 = c$

$f_A(x) = 480 \cdot 0{,}81^x$

Medikament B

$3h = \frac{1}{8}$ Tag 246,729 mg

3 Tage 182,25 mg

$f(x) = c \cdot a^x$

$246{,}729 = c \cdot a^{\frac{1}{8}}$

$182{,}25 = c \cdot a^3$

$\frac{182{,}25}{a^3} = c$

einsetzen in I ergibt

$246{,}729 = \frac{182{,}25}{a^3} \cdot a^{\frac{1}{8}}$

$246{,}729 = 182{,}25 \cdot \frac{a^{\frac{1}{8}}}{a^3}$

$a^{\frac{1}{8}} : a^3 = a^{\frac{1}{8}-3} = a^{-2{,}875}$

also

$246{,}729 = 182{,}25 \cdot a^{-2{,}875}$

$\frac{246{,}729}{182{,}25} = a^{-2{,}875} \quad | \sqrt[-2{,}875]{}$

$0{,}9 = a$

einsetzen in II

$182{,}25 = c \cdot 0{,}9^3 \quad | : 0{,}9^3$

$250 = c$

$f_B(x) = 250 \cdot 0{,}9^x$

b) $f_A(x) = f_B(x)$

$480 \cdot 0{,}81^x = 250 \cdot 0{,}9^x \quad | : 250$

$1{,}92 \cdot 0{,}81^x = 0{,}9^x \quad | : 0{,}81^x$

$1{,}92 = \frac{0{,}9^x}{0{,}81^x}$ Anwenden von Potenzgesetzen

$1{,}92 = \left(\frac{0{,}9}{0{,}81}\right)^x \quad | \log$

$\log 1{,}92 = x \cdot \log\left(\frac{0{,}9}{0{,}81}\right) \quad | : \log\left(\frac{0{,}9}{0{,}81}\right)$

→

4

4) b) $$\frac{\log 1{,}92}{\log\left(\frac{0{,}9}{0{,}81}\right)} = x$$

$$6{,}191 = x$$

Nach 6,191 Tagen weisen beide Medikamente die gleiche Menge auf.

c)

A

$$1 = 480 \cdot 0{,}81^x$$

$$\frac{1}{480} = 0{,}81^x \quad | \log$$

$\vdots$

$$29{,}298 = x$$

B

$$1 = 250 \cdot 0{,}9^x$$

$$\frac{1}{250} = 0{,}9^x \quad | \log$$

$\vdots$

$$52{,}405 = x$$

Bei Medikament A dauert es mehr als 29,298 Tage und bei B mehr als 52,405 Tage.