

Lösungen Funktionsgleichungen erstellen

Aufgabe 1

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

a) $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

Angaben

$$x = 3; m = 0$$

$$S_x(5|0)$$

$$P(-1|2)$$

$$x = -1; m = -0,5$$

Mathematisierung

$$f'(3) = 0$$

$$f(5) = 0$$

$$f(-1) = 2$$

$$f'(-1) = -0,5$$

Gleichungen

$$\text{I} \quad 0 = 27a + 6b + c$$

$$\text{II} \quad 0 = 125a + 25b + 5c + d$$

$$\text{III} \quad 2 = -a + b - c + d$$

$$\text{IV} \quad -0,5 = 3a - 2b + c$$

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

b) $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

Hier kann man die Gleichung auch berechnen.

Angaben

$$x = 2; m = -6$$

$$W(0|-1)$$

$$x = 0; K = 0$$

$$x = 0; m = 6$$

Mathematisierung

$$f'(2) = -6$$

$$f(0) = -1$$

$$f''(0) = 0$$

$$f'(0) = 6$$

Gleichungen

$$\text{I} \quad -6 = 12a + 4b + c$$

$$\text{II} \quad -1 = d$$

$$\text{III} \quad 0 = 2b \Rightarrow b = 0$$

$$\text{IV} \quad 6 = c$$

$$-6 = 12a + 4 \cdot 0 + 6 \Rightarrow a = -1$$

$$f(x) = -x^3 + 6x - 1$$

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

c) $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

Angaben

$$x = 5; m = -1$$

$$P(1|4)$$

$$x = 1; m = 0$$

$$x = 4; K = 0$$

Mathematisierung

$$f'(5) = 1$$

$$f(1) = 4$$

$$f'(1) = 0$$

$$f''(4) = 0$$

Gleichungen

$$\text{I} \quad 1 = 75a + 10b + c$$

$$\text{II} \quad 4 = a + b + c + d$$

$$\text{III} \quad 0 = 3a + 2b + c$$

$$\text{IV} \quad 0 = 24a + 2b$$

Aufgabe 2

a) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
 $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

<u>Angaben</u>	<u>Mathematisierung</u>	<u>Gleichungen</u>
$P(6 0)$	$f(6) = 0$	I $0 = 216a + 36b + 6c + d$
$P(1 -1)$	$f(1) = -1$	II $-1 = a + b + c + d$
$P(0 0)$	$f(0) = 0$	III $0 = d$
$x = 0; m = 0$	$f'(0) = 0$	IV $0 = c$

Die Variablen c und d fallen weg, da =0.

I $0 = 216a + 36b$		I $0 = 216a + 36b$		I + II ergibt
II $-1 = a + b$	$\cdot (-36)$	II $36 = -36a - 36b$		$36 = 180a \Rightarrow a = 0,2 \Rightarrow b = -1,2$

$$f(x) = 0,2x^3 - 1,2x$$

b) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
 $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

<u>Angaben</u>	<u>Mathematisierung</u>	<u>Gleichungen</u>
$P(0 0)$	$f(0) = 0$	I $0 = d$
$x = 0; m = 16$	$f'(0) = 16$	II $16 = c$
$P(4 0)$	$f(4) = 0$	III $0 = 64a + 16b + 4c + d$
$x = 4; m = 0$	$f'(4) = 0$	IV $0 = 48a + 8b + c$

Variable c einsetzen, Variable d fällt weg, da =0.

III $0 = 64a + 16b + 4 \cdot 16$	$ -64$	III $-64 = 64a + 16b$		III $-64 = 64a + 16b$
IV $0 = 48a + 8b + 16$	$ -16$	IV $-16 = 48a + 8b$	$\cdot (-2)$	IV $32 = -96a - 16b$

$$\text{III} + \text{IV} \Rightarrow -32 = -32a \Rightarrow a = 1 \text{ a einsetzen in IV ergibt } b = -8$$

$$f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x$$

c) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
 $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

<u>Angaben</u>	<u>Mathematisierung</u>	<u>Gleichungen</u>
$P(0 -2)$	$f(0) = -2$	I $-2 = d$
$x = 0; m = 0$	$f'(0) = 0$	II $0 = c$
$x = -1; m = 1,5$	$f'(-1) = 1,5$	III $1,5 = 3a - 2b + c$
$P(1 0)$	$f(1) = 0$	IV $0 = a + b + c + d$

Variable d einsetzen, Variable c entfällt, da =0

$$\begin{array}{lll} \text{III} & 1,5 = 3a - 2b & \text{III} & 1,5 = 3a - 2b & \text{III} & 1,5 = 3a - 2b \\ \text{IV} & 0 = a + b - 2 & | + 2 & \text{IV} & 2 = a + b & | \cdot 2 & \text{IV} & 4 = 2a + 2b \end{array}$$

III + IV $\Rightarrow 5,5 = 5a \Rightarrow a = 1,1$ a einsetzen in IV ergibt $b = 0,9$

$$f(x) = 1,1x^3 + 0,9x^2 - 2$$

d) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
 $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

Angaben	Mathematisierung	Gleichungen
P(0 6)	$f(0) = 6$	I $6 = d$
$x = 0; m = -5$	$f'(0) = -5$	II $-5 = c$
P(-1 8)	$f(-1) = 8$	III $8 = -a + b - c + d$
P(3 0)	$f(3) = 0$	IV $0 = 27a + 9b + 3c + d$

Variablen c und d einsetzen

$$\begin{array}{lll} \text{III} & 8 = -a + b + 5 + 6 & | - 11 & \text{III} & -3 = -a + b & | \cdot (-9) & \text{III} & 27 = 9a - 9b \\ \text{IV} & 0 = 27a + 9b - 15 + 6 & | + 9 & \text{IV} & 9 = 27a + 9b & & \text{IV} & 9 = 27a + 9b \end{array}$$

III + IV $\Rightarrow 36 = 36a \Rightarrow a = 1$ a einsetzen in IV ergibt $b = -2$

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$$

e) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
 $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

Angaben	Mathematisierung	Gleichungen
P(-1 0)	$f(-1) = 0$	I $0 = -a + b - c + d$
$x = -1; m = 1,5$	$f'(-1) = 1,5$	II $1,5 = 3a - 2b + c$
P(0 4)	$f(0) = 4$	III $4 = d$
$x = 0; m = 6$	$f'(0) = 6$	IV $6 = c$

Variablen c und d einsetzen

$$\begin{array}{lll} \text{I} & 0 = -a + b - 6 + 4 & | + 2 & \text{I} & 2 = -a + b & | \cdot 2 & \text{I} & 4 = -2a + 2b \\ \text{II} & 1,5 = 3a - 2b + 6 & | - 6 & \text{II} & -4,5 = 3a - 2b & & \text{II} & -4,5 = 3a - 2b \end{array}$$

I + II $\Rightarrow -0,5 = a$ a einsetzen in I ergibt $b = 1,5$

$$f(x) = -0,5x^3 + 1,5x^2 + 6x + 4$$