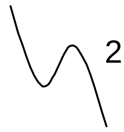
Lösungen E 13

<u>1. Aufgabe</u>

$f_1(x) = -0{,}5x^3 - 2x^2 - 0{,}5x + 3$ 1. $x \to -\infty;\ f(x) \to +\infty$
$x \to +\infty;\ f(x) \to -\infty$  2. gestaucht 3. KS

4. $S_y(0|3)$ $f(x) = 0$ $0 = -0{,}5x^3 - 2x^2 - 0{,}5x + 3 \ |:(-0{,}5)$

$0 = x^3 + 4x^2 + x - 6$ Polynomdivision mit $x_1 = 1$

$$\begin{array}{l} (x^3 + 4x^2 + x - 6) : (x-1) = x^2 + 5x + 6 \\ \underline{-(x^3 - 1x^2)} \\ \quad 5x^2 + x \\ \quad \underline{-(5x^2 - 5x)} \\ \qquad 6x - 6 \\ \qquad \underline{-(6x - 6)} \\ \qquad\quad 0 \end{array}$$

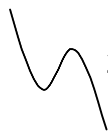
$x^2 + 5x + 6 = 0$ p-q-Formel

$x_{2/3} = -2{,}5 \pm \sqrt{2{,}5^2 - 6}$

$x_2 = -2$

$x_3 = -3$

$S_{x1}(1|0)$ $S_{x2}(-2|0)$ $S_{x3}(-3|0)$

$f_2(x) = -0{,}25x^3 - 2x^2 + 0{,}25x + 2$ 1. $x \to -\infty;\ f(x) \to +\infty$
$x \to +\infty;\ f(x) \to -\infty$  2. gestaucht 3. KS

4. $S_y(0|2)$ $f(x) = 0$ $0 = -0{,}25x^3 - 2x^2 + 0{,}25x + 2 \ |:(-0{,}25)$

$0 = x^3 + 8x^2 - x - 8$ Polynomdivision mit $x_1 = 1$

$$\begin{array}{l} (x^3 + 8x^2 - x - 8) : (x-1) = x^2 + 9x + 8 \\ \underline{-(x^3 - 1x^2)} \\ \quad 9x^2 - x \\ \quad \underline{-(9x^2 - 9x)} \\ \qquad 8x - 8 \\ \qquad \underline{-(8x - 8)} \\ \qquad\quad 0 \end{array}$$

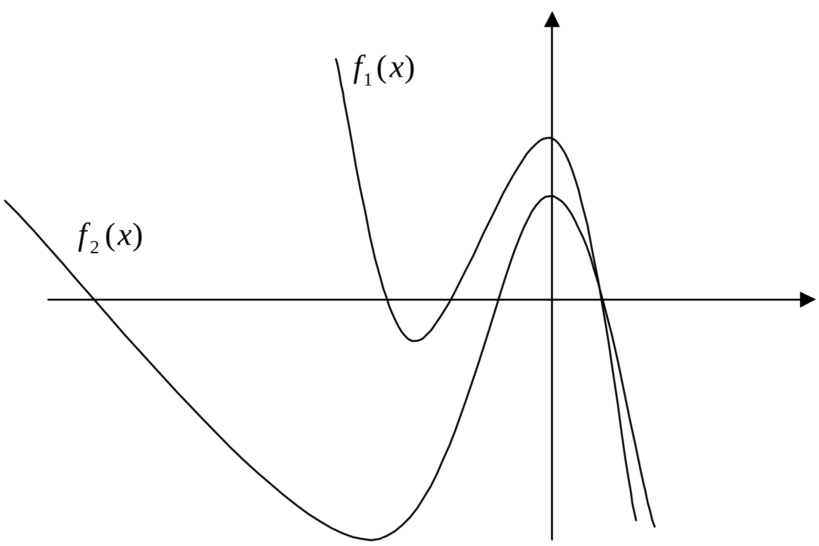
$x^2 + 9x + 8 = 0$ p-q-Formel

$x_{2/3} = -4{,}5 \pm \sqrt{4{,}5^2 - 8}$

$x_2 = -1$

$x_3 = -8$

$S_{x1}(1|0)$ $S_{x2}(-1|0)$ $S_{x3}(-8|0)$



gemeinsamer Schnittpunkt bei S(1l0)

$f_2(x) = f_2(x)$

$-0{,}5x^3 - 2x^2 - 0{,}5x + 3 = -0{,}25x^3 - 2x^2 + 0{,}25x + 2 \quad | + 0{,}25x^3 + 2x^2 - 0{,}25x - 2$

$-0{,}25x^3 - 0{,}75x + 1 = 0 \quad | : (-0{,}25)$

$x^3 + 3x - 4 = 0$

$x_1 = 1$ Schnittpunkt !

$$
\begin{array}{l}
(x^3 + 0x^2 + 3x - 4) : (x - 1) = x^2 + x + 4 \\
\underline{-(x^3 - x^2)} \\
\quad x^2 + 3x \\
\quad \underline{-(x^2 - x)} \\
\qquad 4x - 4 \\
\qquad \underline{-(4x - 4)} \\
\qquad\quad 0
\end{array}
$$

$x^2 + x + 4 = 0$

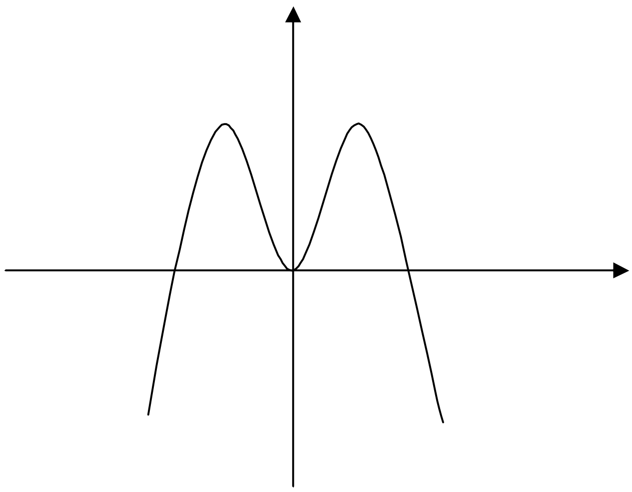
$x_{2/3} = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}5^2 - 4}$

$n.l.$

Es gibt nur den Schnittpunkt S(1l0).

<u>2. Aufgabe</u>

a)



b) Funktion: 4. Grades
Vorzeichen: Minus
Symmetrie: AS

c)

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$

$f(x) = a(x - 0)(x - 0)(x - 2)(x + 2)$

$f(x) = a \cdot x^2(x^2 - 4)$

$f(x) = a(x^4 - 4x^2)$ a = normal also a = 1

$f(x) = x^4 - 4x^2$

<u>3. Aufgabe</u>

a) $f_1(x) = \dfrac{2x - 5}{x + 2}$

1.

$N(x) = 0$

$0 = x + 2 \quad | - 2 \qquad D = R \setminus \{-2\}$

$-2 = x$

2.

$f(x) = 0$

$Z(x) = 0$

$2x - 5 = 0$

$x = 2{,}5$

$S_x(2{,}5|0)$

$f(0) = -2{,}5 \qquad S_y(0|-2{,}5)$

3. keine Ersatzfunktion

4. x = -2 ist Pol

$$\left.\begin{array}{l} \text{l-lim}_{x \to -2} \dfrac{2x-5}{x+2} = +\infty \\ \text{r-lim}_{x \to -2} \dfrac{2x-5}{x+2} = -\infty \end{array}\right\} \text{Pol mit VZW}$$

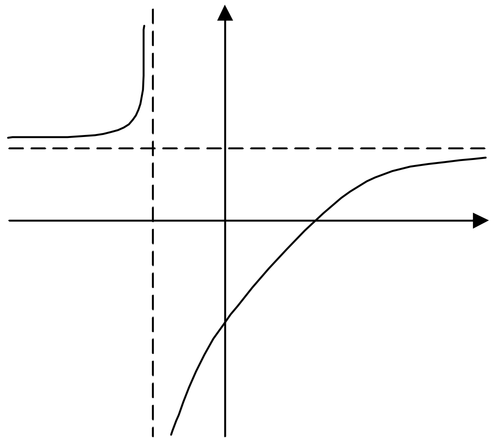
5. Zg=Ng Polynomdivision

$$(2x-5):(x+2) = 2 - \frac{9}{x+2}$$
$$\underline{-(2x+4)}$$
$$-9$$

$y_A = 2$

6. KS

7. Skizze



b) $f_2(x) = \dfrac{9}{x^2 - 9}$

1.

$N(x) = 0$

$0 = x^2 - 9$

$D = R \setminus \{-3;3\}$

$x_1 = 3 \qquad x_2 = -3$

2.

$f(x) = 0$

$Z(x) = 0$

$9 \neq 0$ kein S_x

$f(0) = -1 \qquad S_y(0|-1)$

3. keine Ersatzfunktion

4. x = -3 ist Pol

$$\left.\begin{array}{l} \text{l-lim}_{x \to -3} \dfrac{9}{x^2-9} = +\infty \\ \text{r-lim}_{x \to -3} \dfrac{9}{x^2-9} = -\infty \end{array}\right\} \text{Pol mit VZW}$$

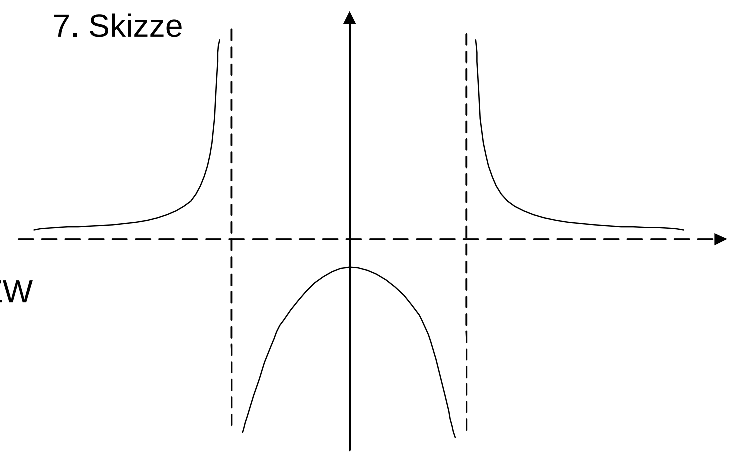
x = 3 ist Pol

$$\left.\begin{array}{l} \text{l-lim}_{x \to 3} \dfrac{9}{x^2-9} = -\infty \\ \text{r-lim}_{x \to 3} \dfrac{9}{x^2-9} = +\infty \end{array}\right\} \text{Pol mit VZW}$$

5. Zg<Ng => $y_A = 0$

6. AS

7. Skizze



4. Aufgabe

a)

x = 0 ist Pol $\longrightarrow$ N(x)

x = 1 ist Lücke $\longrightarrow$ Z(x) und N(x)

x = -3 ist Nullstelle $\longrightarrow$ Z(x)

a = 1

$f(x) = 1 \cdot \frac{(x+3)(x-1)}{(x-0)(x-1)}$ $\qquad$ $f(x) = 1 \cdot \frac{x^2+2x-3}{x^2-1x}$ $\qquad$ (eine 1 verändert nichts)

$f(x) = \frac{x^2+2x-3}{x^2-x}$

b) KS

$N(x) = 0$

$x^2 - x = 0$

$x^2 - 1x = 0$ $\qquad x_1 = 0 \quad \vee \quad x_2 = 1 \qquad D = R \setminus \{0;1\}$

$x(x-1) = 0$

c) Zg = Ng Polynomdivision

In Aufgabe a) steht die Funktion in Linearfaktorschreibweise, aus der man die Ersatzfunktion bilden kann.

$f(x) = 1 \cdot \frac{(x+3)(x-1)}{(x-0)(x-1)}$ kurzen von (x – 1) $\quad f(x) = 1 \cdot \frac{x+3}{x}$ also $\quad f(x) = \frac{x+3}{x}$

$$\begin{array}{l} (x+3):(x-0) = 1 + \frac{3}{x} \\ -(x-0) \\ \hline \quad 3 \end{array}$$

$y_A = 1$

Ohne Ersatzfunktion sieht die Polynomdivision so aus:

$$\begin{array}{l} (x^2+2x-3):(x^2-x) = 1 + \frac{3x-3}{x^2-x} \\ -(x^2-x) \\ \hline \quad 3x-3 \end{array}$$

also natürlich auch $y_A = 1$

Einfacher und schneller geht es, wenn man erkannt hat, dass der Streckungsfaktor **a** dem Wert der Asymptotengleichung entspricht.
Hier a = 1 also $y_A = 1$!!!

Zeichnung (freiwillig)
Pol, Lücke , Nullstelle und Asymptote sind bekannt; S_y gibt es nicht, da x = 0 Pol
l-lim ist $-\infty$ und r-lim ist $+\infty$