Lösungen D 18

1. Aufgabe

$f(x) = 0{,}5x^3 - 3x + 4{,}5$

a) $x \to -\infty; f(x) \to -\infty$
$x \to +\infty; f(x) \to +\infty$

Es liegt keine Symmetrie vor, da gerade und ungerade Exponenten vorhanden sind.

$S_y(0|4{,}5)$

b) $f(x_N) = 0$

$0 = 0{,}5x^3 - 3x + 4{,}5 \,|: 0{,}5$

$0 = x^3 - 6x + 9$ (Achtung: $0 = x^3 + 0x^2 - 6x + 9$ hinzufügen)

Polynomdivision oder Horner-Schema mit TR: $x_{N1} = -3$ ergibt $0 = x^2 - 3x + 3$

Mit p-q-Formel ergeben sich keine weiteren Lösungen. $x_{N2/N3} = \text{n.l.}$

$S_{x1}(-3|0)$

c) Die Funktion f entspricht Graph 2.

d) Graph 1 hat einen anderen Verlauf. $x \to -\infty; f(x) \to +\infty$
$x \to +\infty; f(x) \to -\infty$

Graph 3 besitzt 3 Nullstellen.

e) $M_1 =]-\infty;-2]$ monoton fallend
$M_2 = [-2;+2]$ monoton steigend
$M_3 = [+2;+\infty[$ monoton fallend

f) $S_{x1}(-3|0)$ $S_{x2}(1|0)$ $S_{x3}(3|0)$ $S_y(0|4{,}5)$

$f(x) = k(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$

$g(x) = k(x + 3)(x - 1)(x - 3)$

$g(x) = k(x^2 - 1x + 3x - 3)(x - 3)$

$g(x) = k(x^2 + 2x - 3)(x - 3)$

$g(x) = k(x^3 - 3x^2 + 2x^2 - 6x - 3x + 9)$

$g(x) = k(x^3 - x^2 - 9x + 9)$

Punkt $S_y(0|4{,}5)$ einsetzen ergibt $+0{,}5 = k$

$g(x) = 0{,}5(x^3 - x^2 - 9x + 9)$

$g(x) = 0{,}5x^3 - 0{,}5x^2 - 4{,}5x + 4{,}5$

2. Aufgabe

Graph A ist der richtige Ableitungsgraph, da er dort Nullstellen hat, wo der Graph f Extremstellen besitzt. Der Wendepunkt hat negative Steigung, was im Ableitungsgraphen zu einem Tiefpunkt führt.

Graph B ist ein falscher Ableitungsgraph obwohl er einen Tiefpunkt aufweist, da er seine Nullstellen nicht dort besitzt, wo der Graph f Extremstellen hat.

Graph C ist ein falscher Ableitungsgraph obwohl er dort Nullstellen besitzt, wo der Graph f Extremstellen hat, aber er weist einen Hochpunkt auf (Wendepunkt mit positiver Steigung).

3. Aufgabe

a)

$f(x) = g(x)$

$2x^3 - 3x = 3x^2 - 2 \;\big|\; -3x^2 + 2$

$2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0 \;\big|\; :2$

$x^3 - 1{,}5x^2 - 1{,}5x + 1 = 0$ Polynomdivision mit TR: $x_1 = -1$

$$
\begin{array}{l}
(x^3 - 1{,}5x^2 - 1{,}5x + 1) : (x+1) = x^2 - 2{,}5x + 1 \\
\underline{-(x^3 + x^2)} \\
\quad -2{,}5x^2 - 1{,}5x \\
\quad \underline{-(-2{,}5x^2 - 2{,}5x)} \\
\qquad\qquad x + 1 \\
\qquad\quad \underline{-(x+1)} \\
\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

$x_{2/3} = +\frac{5}{4} \pm \sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2 - 1}$ p-q-Formel

$x_2 = 2$

$x_3 = 0{,}5$

x-Werte einsetzen in eine der beiden Ausgangsfunktionen:

$g(-1) = 1$ $g(2) = 10$ $f(0{,}5) = -1{,}25$

$S_1(-1|1)$ $S_2(2|10)$ $S_3(0{,}5|-1{,}25)$

b)

$h(x) = p(x)$

$2x^4 - 6x = -2x^2 - 6x + 4 \;\big|\; +2x^2 + 6x - 4$

$2x^4 + 2x^2 - 4 = 0 \;\big|\; :2$

$x^4 + x^2 - 2 = 0$

$x^2 = z$ Substitution

$z^2 + z - 2 = 0$

$z_{1/2} = -0{,}5 \pm \sqrt{0{,}25 + 2}$

$z_1 = 1$ $z_2 = -2$

$z = x^2$ Resubstitution

$x^2 = 1 \;\big|\; \sqrt{\;}$ $x^2 = -2 \;\big|\; \sqrt{\;}$

$x_1 = 1$ $x_{3/4} = \text{n.l.}$

$x_2 = -1$

$h(1) = -4$ $h(-1) = 8$

$S_1(1|-4)$ $S_2(-1|8)$

4. Aufgabe

$g(x) = 0{,}25x^4 - 1{,}5x^2$

a) $g(x_N) = 0$

$0 = 0{,}25x^4 - 1{,}5x^2 \;\big|\; :0{,}25$

$0 = x^4 - 6x^2$

$0 = x^2\left(x^2 - 6\right)$

$x_{N1/N2} = 0$ $0 = x^2 - 6 \Rightarrow x_{N3} \approx 2{,}45$ $x_{N4} \approx -2{,}45$

b) $g'(x) = x^3 - 3x$

$g''(x) = 3x^2 - 3$

c) $g(x) = 0{,}25x^4 - 1{,}5x^2$

$x \to -\infty; f(x) \to +\infty$

$x \to +\infty; f(x) \to +\infty$

Achsensymmetrie zur y-Achse, da nur gerade Exponenten vorhanden sind.

$S_y(0|0)$

Diese Merkmale entsprechen dem schwarzen und grünen Graphen.

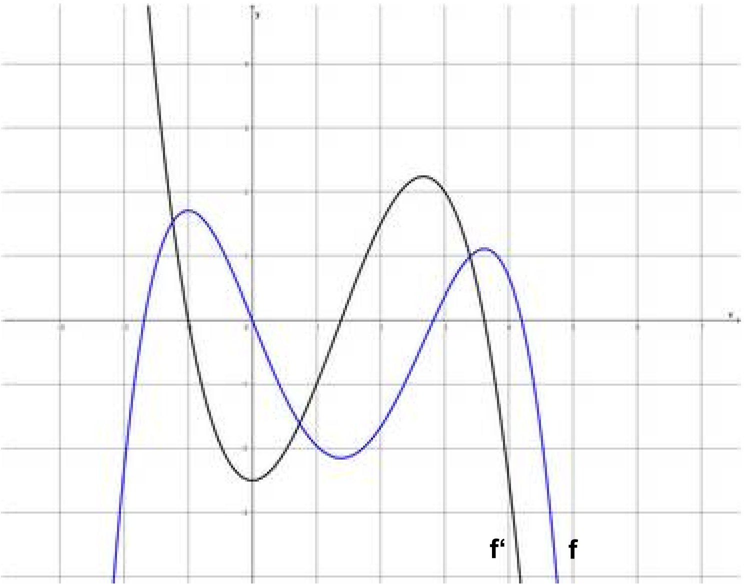
Die Nullstellen $x_{N3} \approx 2{,}45$ und $x_{N4} \approx -2{,}45$ besitzt nur der grüne Graph.

d) $g'(x) = x^3 - 3x$ ist der violette Graph (Verlauf).

$g''(x) = 3x^2 - 3$ ist der grüne Graph (y-Achsenabschnitt).

5. Aufgabe

Material 5



Material 6