Lösungen C 14

<u>1. Aufgabe</u>

a) $f(x)=\dfrac{2}{x-3}$

1. $N(x)=0$

   $x-3=0$

   $x=3 \quad \Rightarrow D=R\setminus\{3\}$

2. $f(0)=-\dfrac{2}{3}$ => $S_y(0|-0{,}7)$

   $f(x)=0$

   $0\neq 2$ => kein S_x

3. keine behebbare Lücke
4. $x=3$ ist Pol

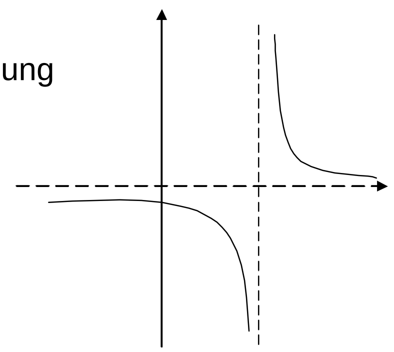
   $\left.\begin{array}{l} l-\lim\limits_{x\to 3} f(x)=-\infty \\ r-\lim\limits_{x\to 3} f(x)=+\infty \end{array}\right\}$ Pol mit VZW

5. Zg<Ng => $y_A=0$

   $x\to-\infty; R(x)<0 \quad von \quad unten$

   $x\to+\infty; R(x)>0 \quad von \quad oben$

6. KS
7. Zeichnung



b) $f(x)=\dfrac{-3}{x+2}$

1. $N(x)=0$

   $x+2=0$

   $x=-2 \quad \Rightarrow D=R\setminus\{-2\}$

2. $f(0)=-\dfrac{3}{2}$ => $S_y(0|-1{,}5)$

   $f(x)=0$

   $0\neq -3$ => kein S_x

3. keine behebbare Lücke
4. $x=-2$ ist Pol

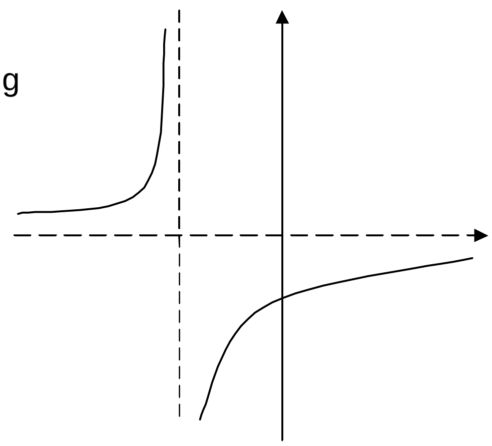
   $\left.\begin{array}{l} l-\lim\limits_{x\to -2} f(x)=+\infty \\ r-\lim\limits_{x\to -2} f(x)=-\infty \end{array}\right\}$ Pol mit VZW

5. Zg<Ng => $y_A=0$

   $x\to-\infty; R(x)>0 \quad von \quad oben$

   $x\to+\infty; R(x)<0 \quad von \quad unten$

6. KS
7. Zeichnung



c) $f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}$

1. $N(x)=0$

   $x^2-4=0|+4$ dann $\sqrt{\ }$

   $x_1=-2$; $x_2=2 \quad \Rightarrow D=R\setminus\{-2;2\}$

2. $f(0)=-\dfrac{1}{2}$ => $S_y(0|-0{,}5)$

5. Zg=Ng => $(x-1):(x+2)=1+\dfrac{-3}{x+2}$

   $\dfrac{-(x+2)}{-3}$ $\qquad y_A=1$

   $x\to-\infty; R(x)>0 \quad von \quad oben$

   $x\to+\infty; R(x)<0 \quad von \quad unten$

$f(x)=0$

$x^2-3x+2=0$

$x_{1/2}=+1{,}5\pm\sqrt{2{,}25-2}$

$x_1=2$ => kein S_x

$x_2=1$ => $S_x(1|0)$

3. $x=2$ behebbare Lücke

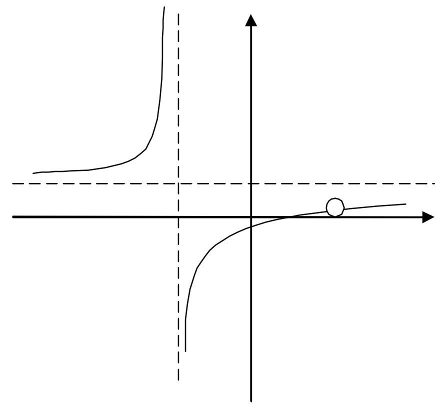
$f(x)=\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x-2)(x+2)}$ $(x-2)$ kürzen

$f^*(x)=\dfrac{x-1}{x+2}$ Ersatzfunktion

4. $x=-2$ ist Pol

$\left.\begin{array}{l} l-\lim\limits_{x\to -2} f(x)=+\infty \\ r-\lim\limits_{x\to -2} f(x)=-\infty \end{array}\right\}$ Pol mit VZW

6. KS
7. Zeichnung



d) $f(x)=\dfrac{3x+6}{2x-6}$

1. $N(x)=0$

$2x-6=0$

$x=3 \quad \Rightarrow D=R\setminus\{3\}$

2. $f(0)=-1$ => $S_y(0|-1)$

$f(x)=0$

$3x+6=0$

$x=-2$ => $S_x(-2|0)$

3. keine behebbare Lücke
4. $x=3$ ist Pol

$\left.\begin{array}{l} l-\lim\limits_{x\to 3} f(x)=-\infty \\ r-\lim\limits_{x\to 3} f(x)=+\infty \end{array}\right\}$ Pol mit VZW

5. Zg=Ng => $(3x+6):(2x-6)=1{,}5+\dfrac{15}{2x-6}$

$\underline{-(3x-9)}$

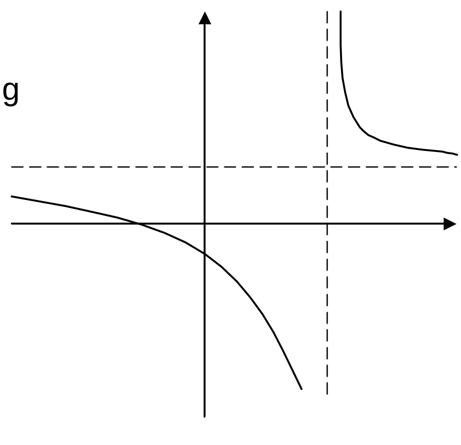
15

$y_A=1{,}5$

$x\to-\infty; R(x)>0 \quad von \quad oben$

$x\to+\infty; R(x)<0 \quad von \quad unten$

6. KS
7. Zeichnung



e) $f(x)=\dfrac{x^2-4x+3}{x^2}$

1. $N(x)=0$

$x^2=0$

$x_{1/2}=0 \quad \Rightarrow D=R\setminus\{0\}$

2. $f(0)=n.l.$ => kein S_y

$f(x)=0$

5. Zg=Ng => $(x^2-4x+3):(x^2)=1+\dfrac{-4x+3}{x^2}$

$\underline{-(x^2)}$

$-4x+3$

$y_A=1$

$x\to-\infty; R(x)>0 \quad von \quad oben$

$x\to+\infty; R(x)<0 \quad von \quad unten$

$x^2-4x+3=0$

$x_{1/2}=2\pm\sqrt{4-3}$

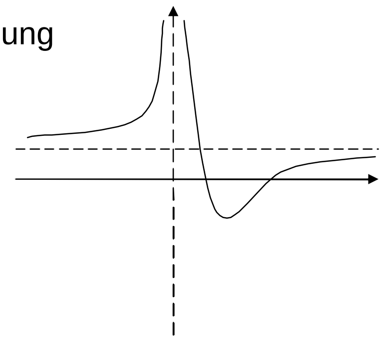
$x_1=3$ => $S_{x1}(3|0)$

$x_2=1$ => $S_{x2}(1|0)$

3. keine behebbare Lücke
4. $x=0$ ist Pol

$$\left.\begin{array}{l} l-\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty \\ r-\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty \end{array}\right\}\text{Pol ohne VZW}$$

6. KS
7. Zeichnung



f) $f(x)=\dfrac{x}{x^3}$

1. $N(x)=0$

$x^3=0|\sqrt[3]{\ }$

$x_{1/2/3}=0 \quad \Rightarrow D=R\setminus\{0\}$

2. $f(0)=n.l.$ => kein S_y

$f(x)=0$

$x=0$ => kein S_x

3. $x=0$ ist <u>keine</u> behebbare Lücke

$f(x)=\dfrac{x}{x\cdot x\cdot x}$ $\quad x$ kürzen

$f^*(x)=\dfrac{1}{x^2}$

Die Stelle $x=0$ ist immer noch im Nenner vorhanden und somit nicht vollständig gekürzt.

4. $x=0$ ist Pol

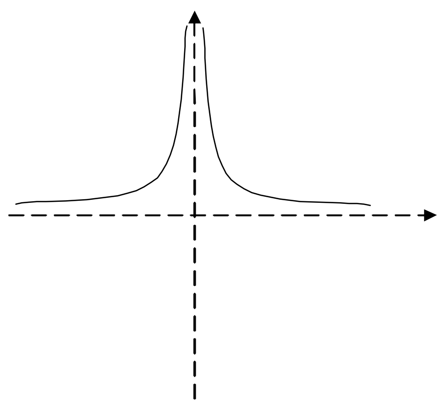
$$\left.\begin{array}{l} l-\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty \\ r-\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty \end{array}\right\}\text{Pol mit VZW}$$

5. Zg<Ng => $y_A=0$

$x\to-\infty; R(x)>0 \quad von \quad oben$

$x\to+\infty; R(x)>0 \quad von \quad oben$

6. AS
7. Zeichnung



g) $f(x)=\dfrac{2}{x^2-4}$

1. $N(x)=0$

$x^2-4=0$

$x_1=-2$; $x_2=2 \quad \Rightarrow D=R\setminus\{-2;2\}$

2. $f(0)=-\dfrac{1}{2}$ => $S_y(0|-0{,}5)$

$f(x)=0$

$0\neq 2$ => kein S_x

5. Zg<Ng => $y_A=0$

$x\to-\infty; R(x)>0 \quad von \quad oben$

$x\to+\infty; R(x)>0 \quad von \quad oben$

6. AS
7. Zeichnung

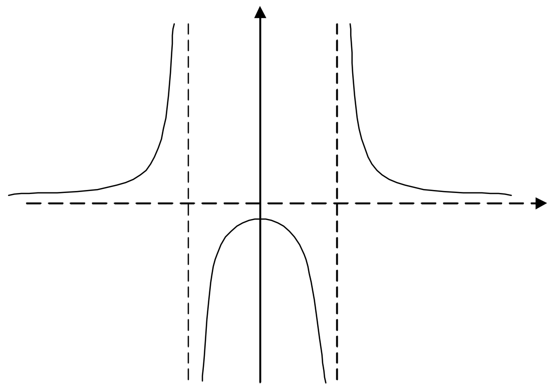
3. keine behebbare Lücke

4. $x=-2$ ist Pol

$$\left.\begin{array}{l} l-\lim\limits_{x\to -2} f(x)=+\infty \\ r-\lim\limits_{x\to -2} f(x)=-\infty \end{array}\right\} \text{Pol mit VZW}$$

$x=2$ ist Pol

$$\left.\begin{array}{l} l-\lim\limits_{x\to 2} f(x)=-\infty \\ r-\lim\limits_{x\to 2} f(x)=+\infty \end{array}\right\} \text{Pol mit VZW}$$



h) $f(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$

1. $N(x)=0$

$x^2-1=0$

$x_1=-1;\ x_2=1 \quad \Rightarrow D=R\setminus\{-1;1\}$

2. $f(0)=0$ => $S_y(0|0)$

$f(x)=0$

$x=0$ => $S_x(0|0)$

3. keine behebbare Lücke

4. $x=-1$ ist Pol

$$\left.\begin{array}{l} l-\lim\limits_{x\to -1} f(x)=-\infty \\ r-\lim\limits_{x\to -1} f(x)=+\infty \end{array}\right\} \text{Pol mit VZW}$$

$x=1$ ist Pol

$$\left.\begin{array}{l} l-\lim\limits_{x\to 1} f(x)=-\infty \\ r-\lim\limits_{x\to 1} f(x)=+\infty \end{array}\right\} \text{Pol mit VZW}$$

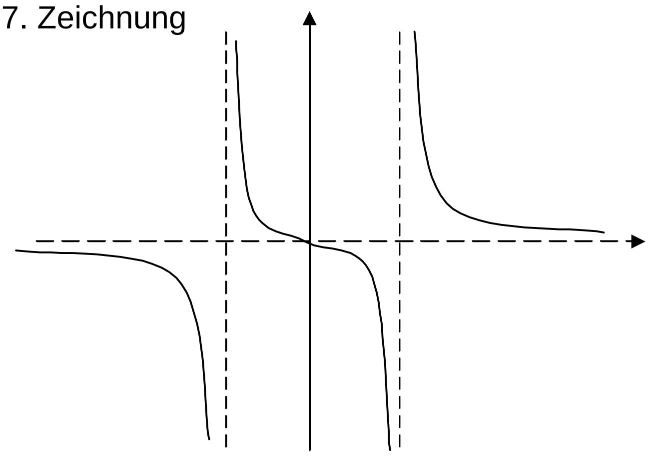
5. Zg<Ng => $y_A=0$

$x\to -\infty; R(x)<0 \quad von \quad unten$

$x\to +\infty; R(x)>0 \quad von \quad oben$

6. PS

7. Zeichnung



i) $f(x)=\dfrac{x^2+2}{x}$

1. $N(x)=0$

$x=0 \quad \Rightarrow D=R\setminus\{0\}$

2. $f(0)=n.l.$ => kein S_y

$f(x)=0$

$x^2+2=0$

$n.l.$ => kein S_x

3. keine behebbare Lücke

4. $x=0$ ist Pol

$$\left.\begin{array}{l} l-\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty \\ r-\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty \end{array}\right\} \text{Pol mit VZW}$$

5. Zg>Ng => $(x^2+2):(x)=x+\dfrac{2}{x}$

$$\begin{array}{l} -(x^2) \\ \hline \quad +2 \end{array}$$

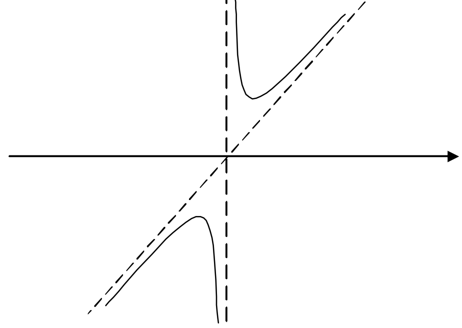
$y_A=x$

$x\to -\infty; R(x)<0 \quad von \quad unten$

$x\to +\infty; R(x)>0 \quad von \quad oben$

6. PS

7. Zeichnung



2. Aufgabe

a) $f(x) = g(x)$ Schnittpunkte werden durch gleichsetzen berechnet

$\frac{3}{x-3} = 3 \;\big|\cdot (x-3)$

$3 = 3\cdot(x-3)$

$3 = 3x - 9 \;\big| +9$ Berechnung des zugehörigen y-Werts $f(4) = \frac{3}{4-3}$ $S(3|4)$

$12 = 3x \;\big| :3$ $f(4) = 3$

$4 = x$

b) $f(x) = g(x)$

$\frac{4}{x-1} = x - 1 \;\big|\cdot (x-1)$

$4 = (x-1)\cdot(x-1)$ y-Werte $g(3) = 2$ $S_1(3|2)$

$4 = x^2 - 2x + 1 \;\big| -4$ $g(-1) = -2$ $S_2(-1|-2)$

$0 = x^2 - 2x - 3$

p-q-Formel ergibt

$x_1 = 3;\; x_2 = -1$

c) $f(x) = g(x)$

$\frac{x-1}{x+3} = x - 1 \;\big|\cdot (x+3)$

$x - 1 = (x-1)\cdot(x+3)$ y-Werte $g(1) = 0$ $S_1(1|0)$

$x - 1 = x^2 + 2x - 3 \;\big| -x+1$ $g(-2) = -3$ $S_2(-2|-3)$

$0 = x^2 + x - 2$

$x_1 = 1;\; x_2 = -2$