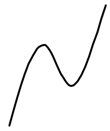
Lösungen B 13

<u>1. Aufgabe</u>

a) $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + x^2 - \frac{1}{4}x - 1$ 1. $x \to -\infty;\ f(x) \to -\infty$; $x \to +\infty;\ f(x) \to +\infty$  2. gestaucht 3. KS

4. $S_y(0|-1)$ $f(x) = 0$ $0 = \frac{1}{4}x^3 + x^2 - \frac{1}{4}x - 1 \;\Big|: \frac{1}{4}$

$0 = x^3 + 4x^2 - x - 4$ Polynomdivision mit $x_1 = 1$

$$(x^3 + 4x^2 - x - 4) : (x - 1) = x^2 + 5x + 4$$
$$\underline{-(x^3 - 1x^2)}$$
$$5x^2 - x$$
$$\underline{-(5x^2 - 5x)}$$
$$4x - 4$$
$$\underline{-(4x - 4)}$$
$$0$$

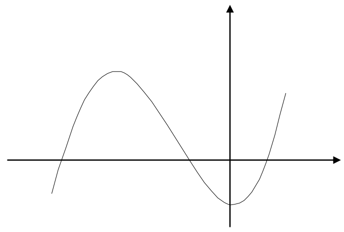
$x^2 + 5x + 4 = 0$ p-q-Formel

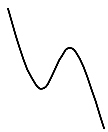
$x_{2/3} = -2{,}5 \pm \sqrt{2{,}5^2 - 4}$

$x_2 = -1$

$x_3 = -4$

$S_{x1}(1|0)$ $S_{x2}(-1|0)$ $S_{x3}(-4|0)$

5. 

b) $f(x) = -0{,}5x^3 + 4{,}5x$ 1. $x \to -\infty;\ f(x) \to +\infty$; $x \to +\infty;\ f(x) \to -\infty$  2. gestaucht 3. PS

4. $S_y(0|0)$ $f(x) = 0$ $0 = -0{,}5x^3 + 4{,}5x \;\Big|: (-0{,}5)$

$0 = x^3 - 9x$ x ausklammern

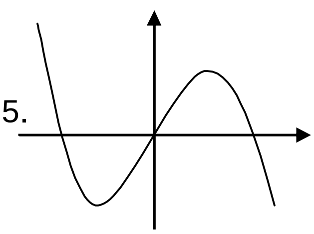
$0 = x(x^2 - 9)$

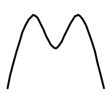
$x_1 = 0$ V $x^2 - 9 = 0 \;\Big| + 9$

$x^2 = 9 \;\Big|\sqrt{\ }$

$x_2 = 3$ V $x_3 = -3$

$S_{x1}(0|0)$ $S_{x2}(3|0)$ $S_{x3}(-3|0)$

5. 

c) $f(x) = -0{,}1x^4 + x^2 - 0{,}9$ 1. $x \to -\infty;\ f(x) \to -\infty$; $x \to +\infty;\ f(x) \to -\infty$  2. gestaucht 3. AS

4. $S_y(0|-0{,}9)$ $f(x) = 0$ $0 = -0{,}1x^4 + x^2 - 0{,}9 \;\Big|: (-0{,}1)$

$0 = x^4 - 10x^2 + 9$ biquadratische Gleichung, Substitution

$x^2 = z$

$0 = z^2 - 10z + 9$ p-q-Formel

$z_{1/2} = +5 \pm \sqrt{5^2 - 9}$

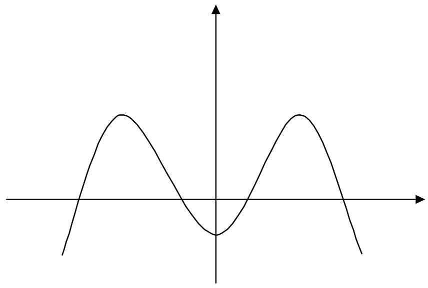
$z_1 = 9$

$z_2 = 1$

$z = x^2$ Resubstitution

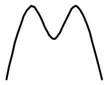
$x^2 = 9 \; |\sqrt{\;}$ $\quad x_1 = 3 \quad \vee \quad x_2 = -3$

$x^2 = 1 \; |\sqrt{\;}$ $\quad x_3 = 1 \quad \vee \quad x_4 = -1$



$S_{x1}(3|0) \quad S_{x2}(-3|0) \quad S_{x3}(1|0) \quad S_{x4}(-1|0)$

d) $f(x) = -x^4 + 3x^2 + 4$ 1. $x \to -\infty;\; f(x) \to -\infty$, $x \to +\infty;\; f(x) \to -\infty$



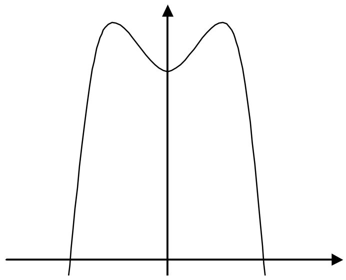
2. normal 3. AS

4. $S_y(0|4)$ $\quad f(x) = 0 \quad 0 = -x^4 + 3x^2 + 4 \;|:(-1)$

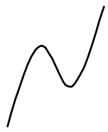
$0 = x^4 - 3x^2 - 4$ Substitution …

$x^2 = 4 \; |\sqrt{\;}$ $\quad x_1 = 2 \quad \vee \quad x_2 = -2$

$x^2 = -1 \; |\sqrt{\;}$ nicht lösbar



e) $f(x) = 2x^3 - 2x^2 - 12x$ 1. $x \to -\infty;\; f(x) \to -\infty$, $x \to +\infty;\; f(x) \to +\infty$



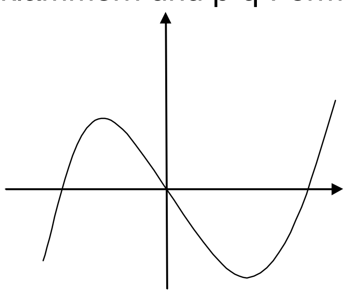
2. gestreckt 3. KS

4. $S_y(0|0)$ $\quad f(x) = 0 \quad 0 = 2x^3 - 2x^2 - 12x \;|:2$

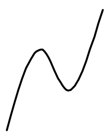
$0 = x^3 - x^2 - 6x$ x ausklammern und p-q-Formel

$x_1 = 0 \quad \vee \quad x_2 = 3 \quad \vee \quad x_3 = -2$

$S_{x1}(0|0) \quad S_{x2}(3|0) \quad S_{x3}(-2|0)$



f) $f(x) = \frac{1}{5}x^3 - 3{,}8x + 6$ 1. $x \to -\infty;\; f(x) \to -\infty$, $x \to +\infty;\; f(x) \to +\infty$



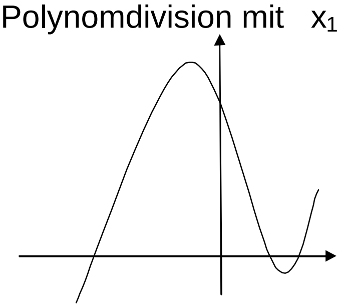
2. gestaucht 3. KS

4. $S_y(0|6)$ $\quad f(x) = 0 \quad 0 = \frac{1}{5}x^3 - 3{,}8x + 6 \;\Big|: \frac{1}{5}$

$0 = x^3 - 19x + 30$ Polynomdivision mit $x_1 = 2$

Bei der Polynomdivision zwischen x^3 und $-19x$
noch $+0x^2$ als Platzhalter einfügen.
mit p-q-Formel dann $x_2 = 3$ und $x_3 = -5$

$S_{x1}(2|0) \quad S_{x2}(3|0) \quad S_{x3}(-5|0)$



2. Aufgabe

a) $f_1(x) = f_2(x)$

$x^3 - 8x^2 + 16x = 0{,}4x^3 - 2{,}6x^2 + 4x \;\big|\, - 0{,}4x^3 + 2{,}6x^2 - 4x$

$0{,}6x^3 - 5{,}4x^2 + 12x = 0 \;\big|\, : 0{,}6$

$x^3 - 9x^2 + 20x = 0$ x ausklammern und p-q-Formel

$x_1 = 0$ V $x_2 = 4$ V $x_3 = 5$

Bei Schnittpunkten wird der zugehörige y-Wert in einer der beiden Ausgangsgleichungen berechnet.

$f_2(0) = 0$ $f_2(4) = 0$ $f_1(5) = 5$

$S_1(0|0)$ $S_2(4|0)$ $S_3(5|5)$

b) $f_1(x) = f_2(x)$

$2x^3 - 3x = 3x^2 - 2 \;\big|\, - 3x^2 + 2$

$2x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0$ Polynomdivision mit $x_1 = -1$

p-q-Formel $x_2 = 2$ und $x_3 = 0{,}5$

$f_2(-1) = 1$ $f_2(2) = 10$ $f_1(0{,}5) = -1{,}25$

$S_1(-1|1)$ $S_2(2|10)$ $S_3(0{,}5|-1{,}25)$

c) $f_1(x) = f_2(x)$

$2x^4 - 6x = -2x^2 - 6x + 4 \;\big|\, + 2x^2 + 6x - 4$

$2x^4 + 2x^2 - 4 = 0 \;\big|\, : 2$

$x^4 + x^2 - 2 = 0$ Substitution mit $x^2 = z$ dann p-q dann $z = x^2$

$x^2 = 1 \;\big|\sqrt{}$ $x_1 = 1$ V $x_2 = -1$

$x^2 = -2 \;\big|\sqrt{}$ nicht lösbar

$f_1(1) = -4$ $f_1(-1) = 8$

$S_1(1|-4)$ $S_2(-1|8)$

3. Aufgabe

Gesucht wird g(x)=mx+b um Schnittpunkte mit f(x) berechnen zu können
geg: x = -1 und b = -3 (schneidet dort die y-Achse)

x einsetzen in f(x) um y zu erhalten
f(-1)= -1
jetzt alles einsetzen in g(x) => -1 = m(-1) -3
2 = -m
-2 = m

=> g(x)= -2x - 3

$f(x) = g(x)$

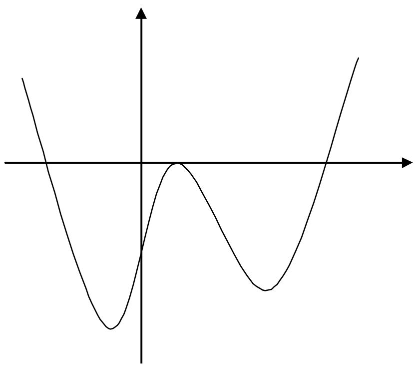
$0{,}5x^3 - 1{,}5x^2 + 1 = -2x - 3 \;\big|\, + 2x + 3$

$0{,}5x^3 - 1{,}5x^2 + 2x + 4 = 0 \;\big|\; : 0{,}5$

$x^3 - 3x^2 + 4x + 8 = 0$ Polynomdivision, 1. Lösung ist vorgegeben durch x = -1 , dort schneiden sich die Funktionen p-q-Formel bringt negative Wurzel, deshalb keine weiteren Schnittpunkte, nur S(-1l -1)

<u>4. Aufgabe</u>

a)



b) Funktion 4. Grades, Vorzeichen der höchsten Potenz ist plus, keine Symmetrie

c) $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)(x - x_4)$ Linearfaktordarstellung 4. Grades

$f(x) = a(x+3)(x-5)(x-1)^2$ gegebene Nullstellen-Werte eingesetzt, x=1 ist doppelt

$f(x) = a(x^2 - 2x - 15)(x^2 - 2x + 1)$ Klammern ausmultiplizieren

$f(x) = a(x^4 - 4x^3 - 10x^2 + 28x - 15)$ und zusammenfassen

f(x) schneidet die y-Achse bei -3 => S_y(0l-3), einsetzen in die Funktion ergibt

$-3 = a(-15) \;\big|\; : (-15)$ (alle Terme, die x enthalten, fallen wegen x=0 weg)

$\frac{1}{5} = a$ oder auch $a = 0{,}2$ Wert für a einsetzen und Klammer auflösen

$f(x) = 0{,}2(x^4 - 4x^3 - 10x^2 + 28x - 15)$

$f(x) = 0{,}2x^4 - 0{,}8x^3 - 2x^2 + 5{,}6x - 3$ fertige Funktionsgleichung