Lösungen B 11-17

<u>1. Aufgabe</u>

a) $\tan(\alpha) = m$

$\tan^{-1}(m) = \alpha$

Aufstieg:

$m_1 = \frac{1}{3}$

$\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) = \alpha_1$

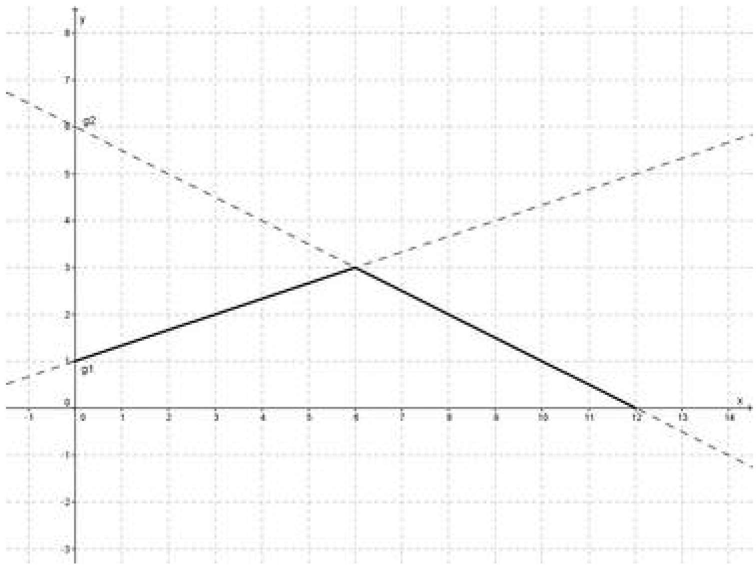
$\alpha_1 = 18{,}43°$

Abstieg

$m_2 = -\frac{1}{2}$

$\tan^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = \alpha_2$

$\alpha_2 = -26{,}57°$



b) Höhe = y-Richtung; höchster Punkt des Hügels = Schnittpunkt der beiden Geraden

$f(x) = g(x)$

$\frac{1}{3}x + 1 = -\frac{1}{2}x + 6 \;\Big|\; + \frac{1}{2}x - 1$

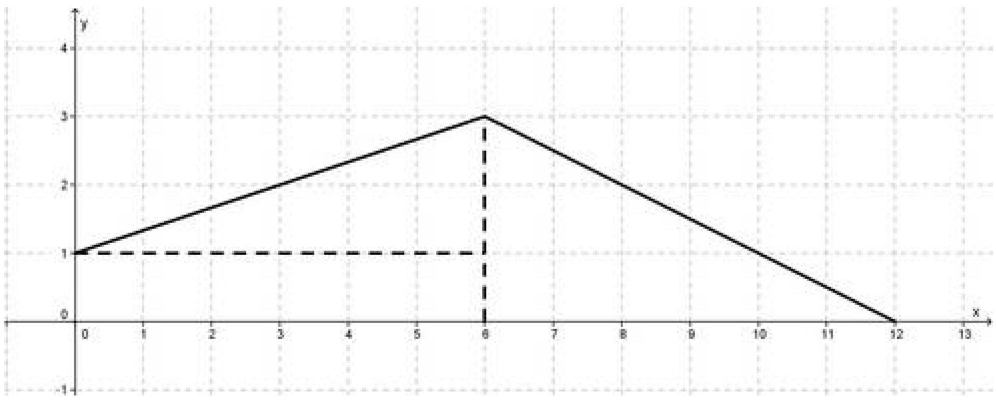
$\frac{5}{6}x = 5 \;\Big|\; : \frac{5}{6}$

$x = 6$

$f(6) = 3 \qquad S(6|3)$

Die Höhe des Hügels beträgt 300 Meter. (1 Einheit = 100 Meter)

c)



Die Berechnung der schrägen Seite im rechtwinkligen Dreieck erfolgt mit der Abstandsberechnung (Pythagoras). $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Aufstieg $S_y(0|1)$ und $S(6|3)$

$d = \sqrt{(6-0)^2 + (3-1)^2}$

$d \approx 6{,}32\text{LE}$

Abstieg $S(6|3)$ und $S_x(12|0)$

$d = \sqrt{(12-6)^2 + (0-3)^2}$

$d \approx 6{,}71\text{LE}$

Die Angabe erfolgt in Längeneinheiten (LE), da jetzt noch umgerechnet werden muss.

$\text{Länge} = 6{,}32 + 6{,}71 = 13{,}03\text{LE}$ => $13{,}03\text{LE} \cdot 100\text{m/LE} = 1303\text{m}$

Die Gesamtlänge des zurückgelegten Weges über den Hügel beträgt 1303 Meter.

2. Aufgabe

a) Angabe von Schnittpunkt $P(6|2)$ und Schnittwinkel $\varphi \approx 47{,}73°$

$\varphi = \alpha_2 - \alpha_1$ mit $\alpha_2 > \alpha_1$

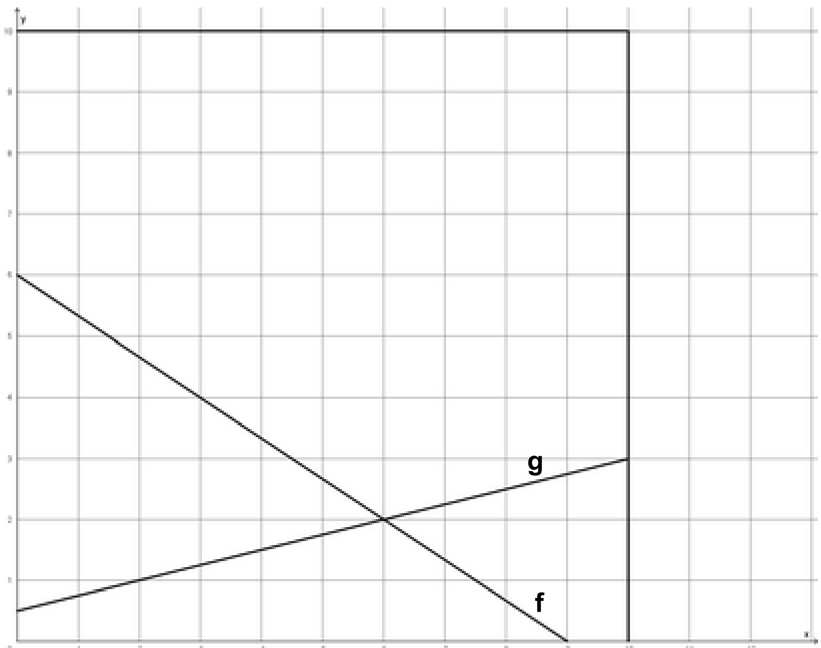
Da die Gerade f eine negative Steigung besitzt und die Gerade g eine positive Steigung, ist α_2 der Steigungswinkel von g und α_1 der Steigungswinkel von f.

$$\tan(\alpha) = m$$
$$\tan^{-1}(m) = \alpha$$
$$\tan^{-1}\left(-\frac{2}{3}\right) = \alpha_1$$
$$\alpha_1 \approx -33{,}69°$$

$$\varphi = \alpha_2 - \alpha_1$$
$$47{,}73 = \alpha_2 - (-33{,}69°)$$
$$47{,}73 = \alpha_2 + 33{,}69°$$
$$\alpha_2 = 14{,}04°$$

$$\tan(\alpha) = m$$
$$\tan(14{,}04°) = m$$
$$m \approx 0{,}25$$
$$g(x) = m \cdot x + b$$
$$2 = 0{,}25 \cdot 6 + b \,|\, -1{,}5$$
$$b = 0{,}5$$
$$g(x) = 0{,}25x + 0{,}5$$

b)



c) Abstandsberechnung

Gerade f $S_y(0|6)$ und $S_x(9|0)$

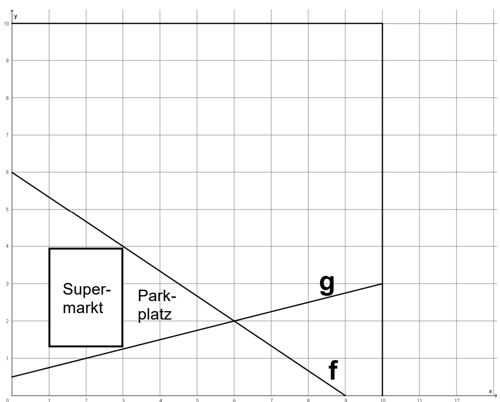
$$d = \sqrt{(9-0)^2 + (0-6)^2}$$
$$d \approx 10{,}82\text{cm}$$

Gerade g $S_y(0|0{,}5)$ und $P(10|3)$

$$d = \sqrt{(10-0)^2 + (3-0{,}5)^2}$$
$$d \approx 10{,}31\text{cm}$$

Die Straße f ist 1082 m lang und die Straße g ist 1031 m lang.

d)



Soll eine Länge senkrecht zwischen zwei Funktionen bestimmt werden, muss man die Differenz der y-Werte bilden. 300 Meter links von der Kreuzung liegt der x-Wert 3.

$f(x) = -\frac{2}{3}x + 6$ $\quad f(3) = 4 \quad d = 4 - 1{,}25 = 2{,}75$

$g(x) = 0{,}25x + 0{,}5$ $\quad g(3) = 1{,}25 \quad 2{,}75\text{cm} \cdot 100\text{m/cm} = 275\text{m}$

Der Parkplatz besitzt direkt vor dem Supermarkt eine Länge von 275 Metern und erfüllt somit die Mindestanforderung.

3. Aufgabe

Im Text sind zwei Punkte des Füllgraphens gegeben. $A(10|50)$ und $B(25|80)$.

a) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad f(x) = m \cdot x + b$ mit $m = 2$ und $A(10|50)$

$m = \frac{80 - 50}{25 - 10} = 2$ $\quad 50 = 2 \cdot 10 + b \,|- 20$

$b = 30 \quad f(x) = 2x + 30$

b) $f(0) = 30$

Zu Beginn betrug die Wasserhöhe 30 cm.

c) $f(x) = 120$

$120 = 2x + 30 \,|- 30 \,|: 2$

$x = 45$

Nach 45 Minuten wäre die Tonne voll.

d) Die neue Tonne ist leer, also b=0. Die Steigung beträgt 3cm/Minute.

$g(x) = 3x$

d_1) $f(33) = 96$

$\text{Höhe} = 96 \cdot 0{,}8 = 76{,}8\text{cm}$

$76{,}8 = 3x \,|: 3$

$x = 25{,}6$

Nach 25,6 Minuten beträgt in der zweiten Tonne die Wasserhöhe 80 % von der ersten Tonne.

d_2) $108 = 3x \,|: 3$

$x = 36$

Nach 36 Minuten ist die zweite Tonne gefüllt.

d_3) Zeichnung