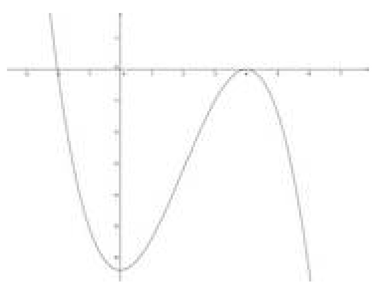
Aufgabe	Lösungsweg
1	
1.1	Erstellen von f(x)
	$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ Mathematisieren der Angaben und Berechnen der Gleichungen $(4 \vert 0)$ $f(4) = 0$ $64a + 18b + 4c + d = 0$ $x = 4; m = 0$ $f'(4) = 0$ $48a + 8b + c = 0$ $(0 \vert -6{,}4)$ $f(0) = -6{,}4$ $d = -6{,}4$ $x = 0; m = 0$ $f'(0) = 0$ $c = 0$ Lösen des LGS zu $a = -0{,}2$; $b = 1{,}2$ Formulierung der Funktionsgleichung $f(x) = -0{,}2x^3 + 1{,}2x^2 - 6{,}4$
1.2	Funktionsuntersuchung
	$f(x) = -0{,}2x^3 + 1{,}2x^2 - 6{,}4$ $f'(x) = -0{,}6x^2 + 2{,}4x$ $f''(x) = -1{,}2x + 2{,}4$ $f'''(x) = -1{,}2$ $D = R$ $x \to -\infty; f(x) \to +\infty$ $x \to +\infty; f(x) \to -\infty$  Keine Symmetrie, da gerade und ungerade Exponenten
	$f(x) = 0$; Normalisieren und Polynomdivision mit $x_1 = 4$ ergibt $x^2 - 2x - 8 = 0$; Mit p-q-Formel erhält man $x_2 = 4$ und $x_3 = -2$ $S_{x1/2}(4 \vert 0)$ $S_{x3}(-2 \vert 0)$
	$f'(x) = 0$ Normalisieren und Ausklammern von x ergibt $x_1 = 0$ und $x_2 = 4$ Überprüfen mit $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$ ergibt $f''(0) = T$ und $f''(4) = H$ Einsetzen in f(x) ergibt $T(0 \vert -6{,}4)$ und $H(4 \vert 0)$
	$f''(x) = 0$ Normalisieren und Auflösen nach x ergibt $x = 2$ Überprüfen mit $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$ ergibt $f'''(2) \neq 0$ Einsetzen in f(x) ergibt $W(2 \vert -3{,}2)$
	 1 Einheit = 1 cm

Aufgabe	Lösungsweg
1.3	Extremwertaufgabe
	$D = p(x) - f(x)$ $p(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$ Haupt- und Nebenbedingungen $f(x) = -0{,}2x^3 + 1{,}2x^2 - 6{,}4$ $D = [-2;4]$ $D(x) = 0{,}2x^3 - 1{,}45x^2 + 0{,}5x + 8{,}4$ Zielfunktion
	$D'(x) = 0{,}6x^2 - 2{,}9x + 0{,}5$ $D''(x) = 1{,}2x - 2{,}9$ $D'(x) = 0$ Normalisieren und p-q-Formel ergibt $x_1 = 4{,}7 \notin D$ und $x_2 = 0{,}2$ Überprüfen mit $D'(x) = 0 \wedge D''(x) \neq 0$ ergibt $D''(02) = \text{Max}$. $p(0{,}2) = 2{,}1$ $D = 2{,}1 - (-6{,}4)$ $f(0{,}2) = -6{,}4$ $D = 8{,}4$ $D(-2) = 0 < 8{,}4$ $D(4) = 0 < 8{,}4$ Die maximale Länge des Waldstücks beträgt 8,4 km.
2	
2.1	Tangenten- und Schnittpunktberechnung
	$W(2 \mid -3{,}2)$ $t(x) = m \cdot x + b$ $f'(x) = m$ mit $f'(2) = 2{,}4$ $\Rightarrow b = -8$ $t(x) = 2{,}4x - 8$
	$p(x) = t(x)$ Umformen, Normalisieren und p-q-Formel ergibt $x_1 = 3{,}6$ und $x_2 = -11{,}2 \notin D$ $\Rightarrow P(3{,}6 \mid 0{,}6)$
2.2	Flächenberechnung zwischen zwei Funktionen
	$A = \int_{-2}^{4} (p(x) - f(x))dx$ $A = \int_{-2}^{4} (0{,}2x^3 - 1{,}45x^2 + 0{,}5x + 8{,}4)dx$ $A = \left[\frac{1}{20}x^4 - \frac{29}{60}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + 8{,}4x\right]_{-2}^{4} = \left[\frac{292}{15}\right] - \left[-\frac{167}{15}\right] = 30{,}6\text{FE}$ Das Waldstück hat einen Flächeninhalt von 30,6 km².

Aufgabe	Lösungsweg
3	
3.1	Holzsorte Anta
3.1.1	Bestimmen der Gewinnfunktion
	$p(x) = -3{,}5x + 24{,}5 \;\Rightarrow E(x) = -3{,}5x^2 + 24{,}5x$ $G(x) = E(x) - K(x)$; Einsetzen und Zusammenfassen ergibt $G(x) = -0{,}5x^3 - 0{,}5x^2 + 17x - 16$
3.1.2	Cournot'scher Punkt
	$G'(x) = -1{,}5x^2 - x + 17$ $G''(x) = -3x - 1$ $G'(x) = 0$ Normalisieren und p-q-Formel ergibt $x_1 = -3{,}7 \notin D_{ök}$ und $x_2 = 3{,}0$ Überprüfen mit $G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0$; $G''(3{,}0) = \text{Max.}$ $p(3{,}0) = 14 \;\Rightarrow C(3\vert 14)$ Der Cournot'sche Punkt gibt die gewinnmaximale Menge und den zugehörigen (gewinnmaximalen) Preis an. Bei 3 ME und einem Preis von 14 GE pro ME erzielt man den maximalen Gewinn.
3.1.3	Betriebsminimum und KPU
	$k_v(x) = 0{,}5x^2 - 3x + 7{,}5$ $k_v'(x) = x - 3$ $k_v''(x) = 1$ $k_v'(x) = 0 \;\Rightarrow x = 3$ Überprüfen mit $k_v'(x) = 0 \wedge k_v''(x) \neq 0$: $k_v''(3) > 0 \Rightarrow \text{Min.}$ und $k_v(3) = 3$ Die KPU liegt bei 3 GE, wenn man 3 ME erzeugt. Man macht den Verlust der fixen Kosten in Höhe von 16 GE.
3.1.4	Betriebsoptimum und LPU
	$K(x) = 0{,}5x^3 - 3x^2 + 7{,}5x + 16$ $k(x) = 0{,}5x^2 - 3x + 7{,}5 + \frac{16}{x}$ $k'(x) = x - 3 - \frac{16}{x^2}$ $k''(x) = 1 + \frac{32}{x^3}$ $k'(x) = 0$ Multiplizieren mit x² und Polynomdivision mit $x_1 = 4$ ergibt $x^2 + x + 4 = 0$ Lösen mit p-q-Formel, Diskriminante negativ, keine weitere Lösung Überprüfen mit $k'(x) = 0 \wedge k''(x) \neq 0$: $k''(4) > 0 \Rightarrow \text{Min.}$ $\quad k(4) = 7{,}5$ Die langfristige Preisuntergrenze liegt bei 7,5 GE. Dieser Wert darf nicht unterschritten werden, sonst macht man Verlust