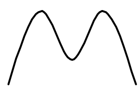
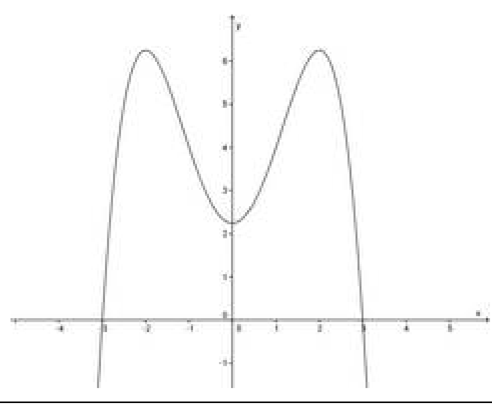
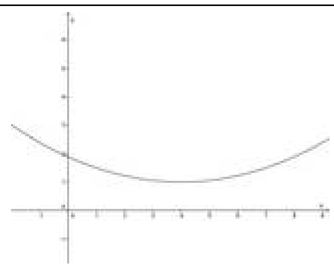
Aufgabe	Lösungsweg
1	
1.1	Erstellung von f(x)
	$f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ da Achsensymmetrie $f'(x) = 4ax^3 + 2bx$ Mathematisieren der Angaben und Berechnen der Gleichungen $x = 2; m = 0$ $f'(2) = 0$ $32a + 4b = 0$ $(3 \vert 0)$ $f(3) = 0$ $81a + 9b + c = 0$ $x = 3; m = -15$ $f'(3) = -15$ $108a + 6b = -15$ Lösen des LGS zu $a = -0{,}25$; $b = 2$; $c = 2{,}25$ Formulierung der Funktionsgleichung $f(x) = -0{,}25x^4 + 2x^2 + 2{,}25$
1.2	Funktionsuntersuchung
	$f(x) = -0{,}25x^4 + 2x^2 + 2{,}25$ $f'(x) = -x^3 + 4x$ $f''(x) = -3x^2 + 4$ $f'''(x) = -6x$ $D = R$ $x \to -\infty; f(x) \to -\infty$ $x \to +\infty; f(x) \to -\infty$  Achsensymmetrie, da nur gerade Exponenten
	$S_y(0 \vert 2{,}25)$ $f(x) = 0$ mit Substitution $x^2 = z$ erhält man $z_1 = 9$ und $z_2 = -1$ Resubstitution und Wurzel ziehen ergibt $x_1 = 3$ und $x_2 = -3$ $S_{x1}(3 \vert 0)$ $S_{x2}(-3 \vert 0)$
	$f'(x) = 0$ Ausklammern von x ergibt $x_1 = 0$ Mit Wurzel ziehen erhält man $x_2 = 2$ und $x_3 = -2$ $f'(x) = 0 \wedge f''(x) \neq 0$ $f''(0) = 4 > 0 \Rightarrow T$ und $f''(2) = -8 < 0 \Rightarrow H$ sowie $f''(-2) = -8 < 0 \Rightarrow H$ Einsetzen in f(x) ergibt $T(0 \vert 2{,}25)$ und $H_1(2 \vert 6{,}25)$ und $H_2(-2 \vert 6{,}25)$
	$f''(x) = 0$ Wurzel ziehen ergibt $x_1 = 1{,}2$ und $x_2 = -1{,}2$ $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) \neq 0$; $f'''(1{,}2) = -7{,}2 < 0 \Rightarrow L - R - K$ $f'''(-1{,}2) = 7{,}2 > 0 \Rightarrow R - L - K$ Einsetzen in f(x) ergibt $W_1(1{,}2 \vert 4{,}6)$ und $W_2(-1{,}2 \vert 4{,}6)$
	 1 Einheit = 1 cm

Aufgabe	Lösungsweg
1.3	Flächenberechnung
	$g(x) = 0 \;\Rightarrow x = -2$ $A_1 = \int_{-2}^{0} (0{,}5x + 1)dx$ $A_1 = \left[\frac{1}{4}x^2 + x\right]_{-2}^{0} = [0] - [-1] = 1FE$ $A_2 = \int_{-2}^{0} (-0{,}25x^4 + 2x^2 + 2{,}25)dx$ $A_2 = \left[-\frac{1}{20}x^5 + \frac{2}{3}x^3 + 2{,}25x\right]_{-3}^{0} = [0] - [-12{,}6] = 12{,}6FE$ $A = A_2 - A_1 = 12{,}6 - 1 = 11{,}6FE$ $1FE = 10000m^2$ $A_{Wald} = A - A_{Fluss} = 116000 - 2000 = 114000m^2$
2	
2.1	Funktionsuntersuchung
	$h(x) = \frac{1}{18}x^2 - \frac{4}{9}x + \frac{17}{9}$ $h'(x) = \frac{1}{9}x - \frac{4}{9}$ $h''(x) = \frac{1}{9}$ $h'''(x) = 0$ $D = R \quad \begin{matrix} x \to -\infty; f(x) \to +\infty \\ x \to +\infty; f(x) \to +\infty \end{matrix}$ Keine Symmetrie, da gerade und ungerade Exponenten
	$S_y(0\|1{,}9)$ $h(x) = 0$ mit pq-Formel erhält man eine negative Wurzel => n.I. Keine S_x
	$h'(x) = 0$ $x = 4$ $h'(x) = 0 \wedge h''(x) \neq 0 \quad h''(4) = 0{,}1 > 0 \Rightarrow T$ Einsetzen in h(x) ergibt $T(4\|1)$
	$f''(x) = 0$ $\frac{1}{9} \neq 0$ Keine Wendepunkte
	 1 Einheit = 1 cm

Aufgabe	Lösungsweg
2.2	Schnittpunktberechnung und Abstand mittel Pythagoras
	$g(x) = h(x)$ $0{,}5x + 1 = \frac{1}{18}x^2 - \frac{4}{9}x + \frac{17}{9}$ $0 = \frac{1}{18}x^2 - \frac{17}{18}x + \frac{8}{9} \,\Big\vert : \frac{1}{18}$ $0 = x^2 - 17x + 16$ pq-Formel ergibt $x_1 = 16 \notin D$ und $x_2 = 1$ $g(1) = 1{,}5 \qquad S(1\vert 1{,}5)$ Strecke von Furt (S) bis Straßenkreuzung (Ursprung) $a^2 + b^2 = c^2$ gesuchte Strecke ist c, a und b sind x- und y-Werte $1^2 + 1{,}5^2 = c^2 \,\vert \sqrt{\ }$ $\quad 1LE = 100m$ Strecke = 180 m $c = 1{,}8LE$
2.3	Integralrechnung
	Fläche g(x) mit x-Achse $D = [0;1]$ $A_1 = \int_0^1 (0{,}5x + 1)dx$ $A_1 = \left[\frac{1}{4}x^2 + x\right]_0^1 = [1{,}25] - [0] = 1{,}25FE$ Fläche h(x) mit x-Achse $D = [1;4]$ ($x = 4$ Tiefpunkt der Parabel) $A_2 = \int_1^4 \left(\frac{1}{18}x^2 - \frac{4}{9}x + \frac{17}{9}\right)dx$ $A_2 = \left[\frac{1}{54}x^3 - \frac{2}{9}x^2 + \frac{17}{9}x\right]_1^4 = \left[\frac{140}{27}\right] - \left[\frac{91}{54}\right] = 3{,}5FE$ $A = A_1 + A_2 = 1{,}25 + 3{,}5 = 4{,}75FE \qquad 1FE = 10000m^2$ $A = 4{,}75 \cdot 10000m^2 = 47500m^2$
3	
3.1	Cournot'scher Punkt
	$p(x) = -3x + 63$ $E(x) = -3x^2 + 63x$ $G(x) = E(x) - K(x)$ $G(x) = -3x^2 + 63x - \left(x^3 - 12x^2 + 65x + 48\right)$ $G(x) = -x^3 + 9x^2 - 2x - 48$
	$G'(x) = -3x^2 + 18x - 2 \qquad G''(x) = -6x + 18$ $G'(x) = 0 \qquad 0 = -3x^2 + 18x - 2$ Mit p-q-Formel erhält man $x_1 = 5{,}9$ und $x_2 = 0{,}1$ $G'(x) = 0 \wedge G''(x) \neq 0 \qquad G''(5{,}9) = Max.$ und $G''(0{,}1) = Min.$ $p(5{,}9) = 45{,}3$ Der Cournot'sche Punkt liegt bei $(5{,}9\vert 45{,}3)$. Bei 5,9kg muss er einen Preis von 45,30€ je kg verlangen, um den maximalen Gewinn zu machen.

Aufgabe	**Lösungsweg**
3.2	Stückkosten berechnen
	$k(x) = x^2 - 12x + 65x \frac{48}{x}$ $k(5{,}9) = 37{,}15€$
3.3	Gewinnschwelle und –grenze berechnen
	$G(x) = 0$ $0 = -x^3 + 9x^2 - 2x - 48$ Polynomdivision mit $x_1 = 3$ (GS) ergibt $0 = x^2 - 6x - 16$; mit p-q-Formel erhält man $x_2 = -2 \notin D_{ök}$ und $x_3 = 8$ Ab 3kg erzielt er erst Gewinn.
3.4	Maximaler Gewinn
	$x_{Gmax} = 5{,}9kg$ $G(5{,}9) = 48{,}10€$ maximaler Gewinn $G(0{,}1) = -48{,}10€$ aber $G(10) = -168€$ größter Verlust!
3.5	Da bei 10kg der Definitionsbereich ausgeschöpft ist, bei 8kg die Gewinngrenze liegt, und bei 10kg ein Verlust von 168€ gemacht wird, sollte diese Menge nicht ausgeschöpft werden.