Prüfungsvorbereitung 2

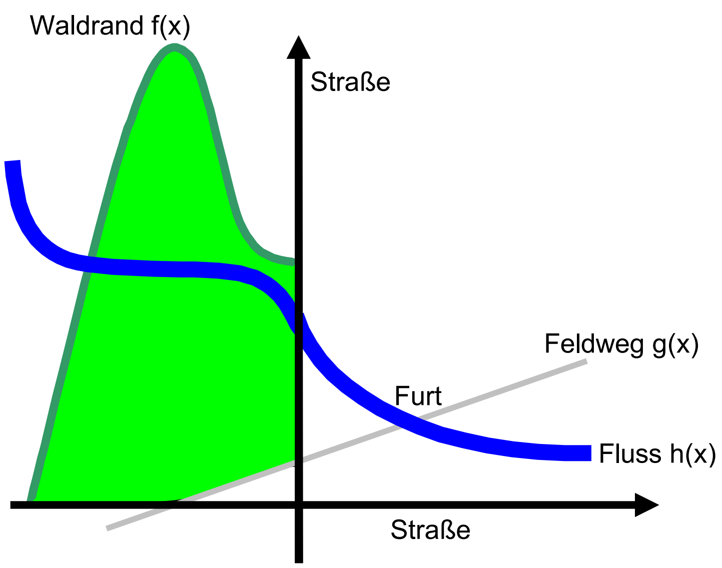
Aufgabe 1

1.1 Eine ganzrationale Funktion 4. Grades hat bei 2 einen Extremwert und besitzt bei 3 eine Nullstelle mit der Steigung -15. Der Graph verläuft symmetrisch zur y-Achse. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung.

1.2 Führen Sie mit der Funktion $\mathbf{f(x)} = -\mathbf{0{,}25x^4} + \mathbf{2x^2} + \mathbf{2{,}25}$ eine vollständige Kurvendiskussion durch und skizzieren Sie ihren Graphen.

1.3 Die Funktionen $\mathbf{f(x)} = -\mathbf{0{,}25x^4} + \mathbf{2x^2} + \mathbf{2{,}25}$ und $\mathbf{g(x)} = \mathbf{0{,}5x} + \mathbf{1}$ schließen (wie in der Skizze dargestellt) mit den Straßen ein Waldstück ein. Ermitteln Sie dessen Flächeninhalt, wenn der Fluss in diesem Bereich eine Fläche von 2000 m² aufweist.

Skizze für Aufgabe 1 und 2



1 Einheit = 100 m

Aufgabe 2

Gegeben ist eine Funktion $\mathbf{h(x)} = 0{,}1x^2 - 0{,}8x + 2{,}2$

2.1 Berechnen Sie die Fläche, die von den Funktionen g(x) und h(x) im Intervall $[0;4]$ mit der x-Achse eingeschlossen wird.

2.2 Im Bereich $x \in [0;4]$ stellt die Funktion h(x) einen Flusslauf dar. Dieser wird von dem Feldweg $\mathbf{g(x)} = \mathbf{0{,}5x} + \mathbf{1}$ an einer Furt überquert. (s. Skizze) Berechnen Sie die Koordinaten der Furt und ermitteln Sie deren direkten Abstand von der Straßenkreuzung.

Aufgabe 3

Auf einem kleinen Versuchsfeld zwischen Fluss und Straße wird die neue Kartoffelsorte „Mini-Linda“ angebaut.

Die Kosten entstehen dem Landwirt nach der Funktion $\mathbf{K(x) = x^3 - 12x^2 + 65x + 48}$.

Den Preis berechnet er pro Kilogramm Kartoffeln mit $\mathbf{P(x) = -3x + 63}$.

Der ökonomische Definitionsbereich liegt bei $D_{ök} = [0;10]$.

3.1 Ermitteln Sie den Cournot’schen Punkt und erklären Sie dessen Bedeutung.

3.2 Zeigen Sie, dass die Stückkosten bei der gewinnmaximalen Ausbringungsmenge 37,15 Euro betragen.

3.3 Überprüfen Sie die Aussage, dass erst ab 3 kg Gewinn gemacht wird.

3.4 Berechnen Sie den höchsten Gewinn und auch den größten Verlust, den der Landwirt erzielen kann.

3.5 Erläutern Sie, warum der Landwirt sich über einen Ertrag von 10 kg Kartoffeln nicht freuen sollte.