

Ausgangssituation

Ein Forstbetrieb bewirtschaftet ein Waldstück.

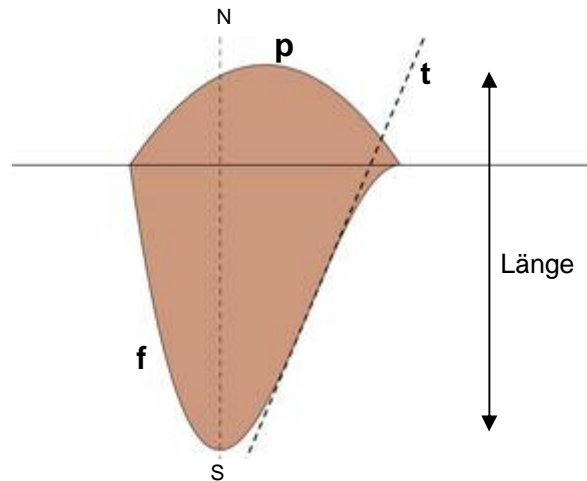
(siehe Zeichnung; 1 LE = 1 km)

Das Gebiet wird im Norden durch die Funktion **p**

mit $p(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$ und im Süden

durch die Funktion **f** begrenzt. $x \in [-2; 4]$

Den Wald durchziehen mehrere Forstwege.



Aufgabe 1

- 1.1 Die ganzrationale Funktion $f(x)$ ist dritten Grades, berührt bei 4 die x-Achse und hat auf der y-Achse ihren Tiefpunkt bei -6,4. Erstellen Sie die Funktionsgleichung für $f(x)$.
- 1.2 Führen Sie mit der Funktion $f(x) = -0,2x^3 + 1,2x^2 - 6,4$ eine vollständige Funktionsuntersuchung durch und skizzieren Sie ihren Graphen.
- 1.3 Ermitteln Sie die maximale Länge des Waldstücks in Nord-Süd-Richtung.

Aufgabe 2

- 2.1 Der Forstweg **t** verläuft tangential durch den Wendepunkt der Funktion **f**. Berechnen Sie, in welchem Punkt der Forstweg **t** das Waldstück nach Norden hin verlässt.
- 2.2 Für die Bewirtschaftung eines Waldes ist es notwendig, die Fläche zu kennen. Ermitteln Sie die Gesamtfläche dieses Waldstücks.

Aufgabe 3

Der Forstbetrieb gibt seine Gesamtkostenfunktion für die Bewirtschaftung des Waldstücks mit $K(x) = 0,5x^3 - 3x^2 + 7,5x + 16$ pro Jahr an. Nach ökonomischen Gesichtspunkten sollen zwei Holzsorten näher betrachtet werden.

3.1 Für die Holzsorte **Anta** nimmt der Betrieb eine Monopolstellung ein. Die zugehörige Preisabsatzfunktion wird mit $p(x) = -3,5x + 24,5$ angegeben.

3.1.1 Zeigen Sie, dass die Gewinnfunktion $G(x) = -0,5x^3 - 0,5x^2 + 17x - 16$ lautet.

3.1.2 Berechnen Sie den Cournot'schen Punkt und erklären Sie dessen Bedeutung.

3.1.3 Ermitteln Sie die kurzfristige Preisuntergrenze. Erläutern Sie deren Auswirkung.

3.1.4 Überprüfen Sie, ob der Preis - langfristig angesetzt - 7,5 GE unterschreiten darf.

3.2 Bei der Holzsorte **Fichte** wird der Preis vom Markt bestimmt und liegt zurzeit bei konstant 21 GE.

3.2.1 Berechnen Sie für diese Holzsorte den maximalen Gewinn.

3.2.2 Der maximal mögliche Erlös wird mit 174,3 GE angegeben. Ziehen Sie Rückschlüsse auf die dann vorliegende Gewinnsituation.