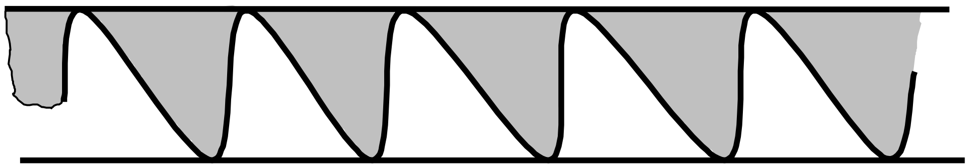
Aufgabe 1

Ein Hersteller von Klebebildern für Autos hat einen neuen zweifarbigen Zierstreifen entwickelt, dessen Muster unendlich fortgesetzt werden kann.



Skizze entspricht nicht genau dem Schaubild von f(x)

Ein Ausschnitt des Musters kann durch einen Abschnitt der Funktion **f(x)** und zwei Tangenten beschrieben werden.

1.1 Die ganzrationale Funktion 3. Grades verläuft durch den Ursprung mit der Steigung 4 und besitzt im Punkt $P(-1|-7{,}5)$ die Steigung 11,5.

Erstellen Sie die Funktionsgleichung für **f(x)**.

1.2 Untersuchen Sie die Funktion $\mathbf{f(x) = 0{,}5x^3 - 3x^2 + 4x}$ auf Symmetrie, Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte. Zeichnen Sie den Graphen.

1.3 Zeigen Sie, dass die Tangente an der Stelle $\mathbf{x = 1}$ die Gleichung $\mathbf{t_1(x) = -0{,}5x + 2}$ besitzt. Zeichnen Sie die Tangente in das Schaubild von f(x) ein.

1.4 Bestimmen Sie eine weitere Stelle der Funktion mit der Steigung $\mathbf{m = -0{,}5}$ und formulieren Sie dazu die Tangentengleichung $\mathbf{t_2(x)}$. Zeichnen Sie auch diese Tangente in das Schaubild von f(x) ein.

Aufgabe 2

2.1 Berechnen Sie die Fläche, die von der Tangente $\mathbf{t_1(x) = -0{,}5x + 2}$ und der Funktion $\mathbf{f(x) = 0{,}5x^3 - 3x^2 + 4x}$ begrenzt wird.

2.2 Ermitteln Sie den größten Abstand, den die beiden Funktionen **f(x)** und $\mathbf{t_1(x)}$ im Bereich $\mathbf{x \in [0{,}5;3{,}5]}$ einnehmen. (1 LE = 1 cm)

Aufgabe 3

Mithilfe der Funktion $\mathbf{G(x) = -0{,}2x^3 + 1{,}6x^2 + 0{,}6x - 10{,}8}$ errechnet der Hersteller des Zierstreifens seinen Gewinn und seine Kosten über $\mathbf{K(x) = 0{,}2x^3 - 2{,}1x^2 + 7{,}8x + 10{,}8}$.

3.1 Ermitteln Sie den ökonomischen Definitionsbereich.

3.2 Belegen Sie rechnerisch, dass der Break-Even Point bei 3 ME liegt.

3.3 Berechnen Sie das Gewinnmaximum.

3.4 Zeigen Sie, dass das Betriebsoptimum bei 6 ME liegt und ermitteln Sie die langfristige Preisuntergrenze.

3.5 Bestimmen Sie das Grenzkostenminimum und erläutern Sie seine Bedeutung.